

## Физические величины и их измерение

В повседневной жизни мы сталкиваемся с множеством величин и явлений, количественное описание которых нам просто необходимо. Который час? Сколько же я сейчас вешу? Далеко еще идти? Ответы на эти вопросы в различные эпохи можно было получить самые неожиданные. И это разнообразие в некоторых странах и отраслях профессиональной деятельности сохранилось до сих пор. Мучительны переводы температуры «из Фаренгейтов в Цельсии». Вопрос «сколько футов в одной морской милю, и как это выразить в ангстремах?» ставит в тупик знатоков. А слова песни «у тебя глаза – два бриллианта в три карата», к сожалению не вызывают усмешки большинства публики. Для того чтобы избежать возможных осложнений, договоримся об определениях. Будем называть **физическими величинами** количественную характеристику состояния физической системы, процесса или материального объекта. Например, физическая величина, характеризующая процесс – это скорость, ускорение, мощность. Для характеристики физического тела или системы тел введены масса, длина, электрическое сопротивление. Состояние системы описывается с помощью давления, температуры, магнитной индукции и т. д.

**Измерением физической величины** называется процедура сравнения (больше-меньше, и во сколько раз) с некоторой величиной, принятой за эталон, то есть за единицу измерения, меру величины. В качестве примера можно привести попытку измерить длину удава в попугаях и слоненках («38 попугаев»). Но за эталон длины все же принят метр, и в результате измерения мы получим, сколько метров содержится на всем протяжении удава. Разумеется, сравнивать имеет смысл только родственные величины, имеющие отношение к одинаковым свойствам материи. Бессмысленно измерять массу в единицах скорости или в градусах.

Исторически сложилось, что системы единиц, основанные на всевозможных «попугаях», не прижились, и наибольшее распространение получила Метрическая система. В 1960 году решением XI Генеральной конференции по мерам и весам (General Conference on Weights and Measures (CGPM)) введена Международная система единиц СИ (SI по первым буквам International System of Units). В этой системе в качестве семи основных единиц приняты для длины **метр**, для массы **килограмм**, для времени **секунда**, сила тока измеряется в **амперах**, температура в **кельвинах**, количество вещества в **моль** и сила света в **кандалах**.

## Классификация измерений

Измерение называется **прямым**, если значение физической величины получено непосредственно сравнением с эталоном (напрямую или с помощью соответствующего прибора). Результат мы просто считываем со шкалы. Так мы получаем длину стола, измеряя ее линейкой. Или значение силы тока в цепи с помощью амперметра.

Измерение называется **косвенным**, если значение физической величины получается путем расчета по формуле, в которой используются результаты прямых измерений. Например, чтобы определить плотность вещества надо разделить массу на объем.

## Погрешности измерений

Стоит отметить, что слово «*погрешность*», как и равное по смыслу «*ошибка измерения*», не несет никакой эмоциональной нагрузки. Это не хорошо и не плохо. Ни одно и измерений не может быть сделано *абсолютно точно*. Так устроен наш мир.

Самый простой пример – измерение длины стола – дает возможность убедиться в этом. Если мы зададимся целью измерить длину стола сколь возможно точно, мы столкнемся с тем, что в разных его частях длина окажется различной. Если учесть, что при изменении температуры и влажности дерево ведет себя по-разному, то вообще становится непонятно,

какую длину взять за *истинную*. Попытка еще более точного измерения приведет к вопросу о том, что считать краем стола на молекулярном уровне. Скорее всего, после этого придется признать, что выражение «длина стола» попросту не существует.

Таким образом, любое измерение всегда проводится с определенной точностью. Мы можем попытаться уменьшить ошибку, но полностью исключить ее невозможно.

В задачу измерения входит не только получение физической величины, но и *оценка допущенной при измерении погрешности*.

**Абсолютной погрешностью** называется отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины.

$$\Delta x = |x - \tilde{x}|,$$

где  $\Delta x$  - абсолютная погрешность,  $x$  – измеренная величина,  $\tilde{x}$  - истинное значение. Эта запись означает, что искомое истинное значение лежит где-то в интервале между  $x - \Delta x$  и  $x + \Delta x$ . Этот интервал называется *доверительным интервалом*. Более компактно то же самое можно записать так:  $\tilde{x} = x \pm \Delta x$ .

Например, если количество бутербродов, съеденных за обедом,  $8 \pm 2$ , то это означает, что число съеденных бутербродов колеблется от 6 до 10. Еще один пример: мы не знаем точно, сколько длится урок, так как ни один из нас не участвовал в настройке школьных часов, но мы точно знаем, что где-то между 44 и 46 минутами. Или иначе,  $T = 45 \pm 1$  мин. Более точно с этими часами мы сказать не можем.

Очень важно отметить: *абсолютная погрешность измеряется в тех же единицах, что и измеряемая величина*.

**Относительная погрешность** это отношение абсолютной погрешности к текущему значению измеряемой величины.

$$\delta x = \frac{\Delta x}{\tilde{x}}.$$

Относительная погрешность измеряется в долях единицы или в процентах. В предыдущем примере,  $\delta T = \frac{\Delta T}{\tilde{T}} = \frac{1}{45} \cdot 100\% \approx 2,2\%$ . То есть, погрешность измерения времени

составляет 2,2% от измеренной длительности урока.

Относительная погрешность нужна для сравнения точности измерений различных величин.

Для правильного представления результата важно не только произвести вычисления ошибки, но и форма записи результата.

**Правило приведения погрешностей:**

- Экспериментальные погрешности должны округляться до одной-двух значащих цифр.
- Последняя значащая цифра результата должна иметь ту же десятичную позицию, что и погрешность.
- Округление производится лишь в окончательном ответе, а для промежуточных расчетов следует оставлять на несколько значащих цифр больше.
- Если получившийся результат слишком большой (например, давление атмосферы  $p_a = 100\,000$  Па) или слишком маленький (масса газа  $m = 0,0003$  г), необходимо использовать так называемую экспоненциальную запись<sup>1</sup> представления.

<sup>1</sup> Приложение 1

Например, при измерении ускорения свободного падения получен результат  $g=9,82 \frac{m}{s^2}$ , а расчеты погрешности дали  $\Delta g=0,03418 \frac{m}{s^2}$  (калькулятор мог дать и большее количество знаков после запятой!) Очевидно, что такая точность записи погрешности абсурдна, так как само ускорение мы знаем до сотых. Правильная запись  $g=9,82 \pm 0,03 \frac{m}{s^2}$ . Если же результат был получен с погрешностью измерения  $\Delta g=0,01418 \frac{m}{s^2}$ , то, округляя до второго знака после запятой, мы теряем слишком много. Поэтому уместна запись  $g=9,820 \pm 0,014 \frac{m}{s^2}$ .

## Классификация погрешностей прямого измерения в зависимости от характера их проявления

**Систематические ошибки** остаются неизменными или изменяются закономерно, когда измерения производятся при одних и тех же условиях.

Например, электрическое сопротивление измерительного прибора зависит от температуры, и необходимо учесть ошибку, возникающую при работе с таким постоянно греющимся прибором. Длина линейки зависит от температуры измеряемого тела и влажности воздуха. Весы могут быть неравноплечими. В оптических экспериментах всегда возможно попадание постороннего света. Часто встречающийся пример: гири-разновесы у торговца на рынке могут быть слегка «усовершенствованы», и измерения будут производиться с систематической ошибкой! Интересно, что эталонные гири, с помощью которых проверяются весы в магазине, покрыты узором, чтобы стали заметны малейшие повреждения.

Другая причина систематической ошибки – погрешность измерительных приборов, учесть которую можно, зная класс точности прибора. Природа систематической ошибки не всегда может быть ясна и очевидна. При определении плотности вещества нужно предусмотреть возможность существования пустот, невидимых глазу.

Наилучший способ проверить, учтены ли все возможные систематические ошибки – измерить необходимую величину другим методом и в других условиях. Только может оказаться, что причина ошибки не устраняется, и полученные в обоих экспериментах величины совпадут.

**Случайные ошибки** появляются так, что предсказать их величину невозможно. Они возникают даже в том случае, если условия эксперимента контролируются самым тщательным образом. Эти ошибки появляются как результат совместного влияния случайных, постоянно изменяющихся факторов.

Время реакции руки при измерении периода качания маятника секундомером влияет на полученный результат. Причем это сказывается дважды: при запуске и остановке измерения.

Количество фотонов, падающих за единицу времени на фотокатод, постоянно меняется: они не умеют «ходить» строем.

Любые электрические измерения связаны с направленным движением заряженных частиц, участвующих кроме этого в тепловом *хаотичном*, то есть вероятностном движении.

Оценить величину случайной ошибки можно, только многократно повторяя измерение. После результаты следует обработать методами математической статистики.

**Грубые ошибки** или промахи возникают при неправильном использовании приборов, или если используются неисправные приборы, если внезапно изменяются условия измерений. Например, сосед может толкнуть при измерении массы. Или приятель захочет сфотографировать экспериментатора за работой, и фотовспышка сработает именно тогда, когда проводится наиболее чувствительный к засветке эксперимент.

Справиться с такими промахами можно, повторяя измерения.

## Классификация погрешностей прямого измерения в зависимости от причин их возникновения.

**Погрешность метода** – название вполне говорящее. Сам метод измерения может оказаться несовершенным. Часто не учитывается собственное сопротивление вольтметра или амперметра. Можно построить модель физического явления без учета трения или сопротивления воздуха и заранее внести ошибку в результат эксперимента. Классический пример подобной задачи: «Определите скорость движения парашютиста к концу третьей секунды свободного падения с высоты 2000м. Сопротивление воздуха не учитывать» Использование амперметра вместо миллиамперметра также приводит к увеличению погрешности. Другой пример: при измерении с помощью стрелочного прибора ошибка может возникнуть из-за того, что показания прибора зависят от угла, под которым видит экспериментатор положение стрелки. Поворот головы способен изменить значение измеренной величины. Чтобы исключить подобную ошибку (говорят - параллакс) шкалы приборов делают с зеркальной подложкой.

**Погрешность прибора (или инструментальная погрешность)** возникает из-за того, что приборы несовершены и отнюдь не улучшаются при использовании. Некоторые причины возникновения этого типа ошибок можно устранить: если перед началом измерения стрелку прибора установить на нулевую отметку шкалы, или если проверить заранее часы, чтобы они не спешали или не отставали.

Максимальные ошибки, даваемые прибором, часто наносятся на шкалу прибора или записываются в его паспорте. Для цифровых приборов правило определения погрешности дается в паспорте прибора. Если же этих данных нет, то прибор внеклассный, то есть его ошибка более 4%.

**Класс точности прибора** показывает, сколько процентов от максимального значения шкалы прибора составляет абсолютная инструментальная погрешность

$$K = \frac{\Delta x_{\text{инстр}}}{x_{\text{max}}} \cdot 100\% .$$

Класс точности встречается в диапазоне от 0,1 до 4 (встречаются приборы класса точности 0,1, 0,2, 0,5, 1,0, 1,5, 2,5 и 4,0). При этом величина абсолютной погрешности не изменяется при измерении в любой части шкалы прибора, но величина относительной погрешности гораздо больше при измерении вблизи нуля. Поэтому рекомендуется так выбирать шкалу прибора, чтобы стрелка прибора заходила за середину шкалы.

Так, например, для вольтметра со шкалой от 0 до 30В класс точности 1,0 означает, что погрешность прибора не превышает  $\Delta x_{\text{инстр}} = 0,01 \cdot 30\text{B} = 0,3\text{B}$ . Относительная погрешность для измеренной величины 5В составляет 6%, а при измеренном значении 25В – 1,2%.

Если класс прибора не указан, можно считать погрешность равной цене деления прибора. Например, погрешность деревянной или пластиковой линейки с ценой деления 1мм можно считать равной 1 мм, металлической – 0,5 мм. При этом наибольшая ошибка возникает при измерении малых расстояний.

Для приборов, имеющих нониус, за инструментальную погрешность принимается точность, определяемая нониусом (для штангенциркуля – 0,1 мм, для микрометра – 0,01 мм).

Погрешность жидкостного стеклянного термометра составляет при диапазоне измерений от  $-35^{\circ}\text{C}$  до  $100^{\circ}\text{C}$  величину, равную цене деления.

**Погрешность, возникающая из-за внешних воздействий.** В качестве примера можно привести влияние изменения температуры на астрономические наблюдения, когда из-за теплового колебания воздуха точность измерений резко уменьшается. На результаты может влиять вибрация, внешние магнитные или электрические поля, радиационный фон.

## Обработка результатов прямых измерений

**Случайные ошибки.** Уже говорилось, что наилучший способ оценить достоверность эксперимента – это повторить его несколько раз и сравнить полученные результаты. Вспомним про известную задачу «измерить высоту здания школы с помощью секундомера и вольтметра». Для этого решим вспомогательную задачу «определить время падения стального шарика (карандаша, портфеля и пр.) с четвертого этажа на третий». Однократное измерение с помощью секундомера дает значение  $x_1$ . Если сбросить шарик 10 раз и измерить время падения одним и тем же человеком с помощью одного и того же секундомера, получится набор из десяти различных величин  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ . Дрогнула рука, отпускающая шарик в полет, пуск и остановка секундомера происходят с субъективными погрешностями – все это вызывает случайный разброс результатов эксперимента.

Чтобы получить наилучшее значение из десяти, надо найти *среднее арифметическое*

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10}.$$
 Какова ошибка в полученной величине среднего времени падения?

Найдем *отклонение результатов от среднего*. Отклонение первого времени от среднего значения  $\Delta x_1 = x_1 - \bar{x}$ . Таким образом, у нас получается набор из десяти чисел  $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_{10}$ . Эти числа разного знака, так как измеренные величины могут быть больше наилучшего значения или меньше его. Если теперь найти среднее отклонение, то получится ноль, а это нам не интересно. *Стандартным или среднеквадратичным*

*отклонением* называется число  $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$ , где  $n$  – в нашем случае равно 10.

Величина  $\sigma_x^2$  называется *дисперсией измерений*. Смысл этой величины – среднее значение квадрата отклонений результатов измерения от среднего.

Вводится еще одна величина, называемая *стандартной (среднеквадратичной) погрешностью среднего арифметического*  $\sigma = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$ . *Среднеквадратичная погрешность среднего арифметического равна среднеквадратичной погрешности отдельного результата, деленной на корень квадратный из числа измерений*. Это нужно пояснить.

Рассмотрим, как ведет себя отклонение среднего значения  $\bar{x}$  от истинного. Проделаем несколько серий одинаковых экспериментов по  $N$  измерений и вычислим в каждой серии среднее значение. Средние значения будут отличаться друг от друга, но разброс их будет гораздо меньше, чем разброс результатов отдельных измерений. Чем больше измерений

сделано в отдельной серии, тем меньше разброс средних значений. Поэтому с увеличением числа измерений среднее значение точнее соответствует истинному. Отсюда и берется *среднеквадратичная погрешность среднего арифметического*.

Надо отметить, что существует другой способ расчета среднеквадратичного отклонения, при котором в знаменателе  $\sigma_x^2$  вместо  $n$  стоит  $(n-1)$ . Эта методика приводит к несколько большим значениям отклонений.

### Пример:

Рассмотрим в числах предложенную задачу с падением шарика между этажами.

Номер эксперимента	Измеренное значение времени $t_i$ (с)	Отклонение от среднего $\Delta t_i$ (с)	$\Delta t_i^2$
1	1,43	0,004	1,6E-05
2	1,38	-0,046	0,002116
3	1,40	-0,026	0,000676
4	1,44	0,014	0,000196
5	1,38	-0,046	0,002116
6	1,41	-0,016	0,000256
7	1,48	0,054	0,002916
8	1,39	-0,036	0,001296
9	1,50	0,074	0,005476
10	1,45	0,024	0,000576
$\bar{t} = 1,426$		$\sigma_x^2 = 0,001564$	
		$\sigma_x \approx 0,03954744$	
		$\sigma = 0,012505998$	

Таким образом, средняя погрешность результата приближенно равна 0,04с. Мы получили, что с вероятностью около 70% (коэффициент достоверности  $\alpha = 0,7$ ) результат нового аналогичного измерения времени падения шарика попадет в интервал от 1,39с до 1,47с. Это можно доказать, и если интересно, то следует прочитать [1], [2], [5]. Или, при сделанных 100 измерениях, 30 из них выпадут из этого интервала. Если же мы возьмем интервал с отклонением  $3\sigma_x$ , то можно показать, что результат измерения с вероятностью 99% попадет в этот интервал ( $\alpha = 0,99$ ).

Среднеквадратичная погрешность среднего арифметического равна 0,013с, то есть окончательный результат  $t=1,426\pm0,013$ с. Для правильности этого утверждения нужно сделать достаточно большое число попыток (не менее 10).

Казалось бы, чем больше сделано измерений, тем выше точность, но величина  $\sqrt{n}$  с увеличением  $n$  растет незначительно. Поэтому, лучше все же не делать 1000 измерений, а усовершенствовать точность метода измерения и аппаратуру.

**Систематические ошибки.** Все, что здесь говорилось, применимо только к чисто случайным ошибкам. На практике в лаборатории нельзя не учитывать вклад инструментальной погрешности. Пусть в приведенном примере систематическая погрешность секундомера равна 0,5%. Это оправданно, если у нас нет паспорта прибора. Тогда  $\Delta t_{инстр}=1,426\times0,005=0,007$ с. Тогда полная погрешность оценивается

$\Delta t=\sqrt{\Delta t_{инстр}^2 + \sigma^2}$  (для обоснование этого утверждения снова отсылаю к [1], [2], [5]).

$\Delta t=\sqrt{(0,007)^2 + (0,013)^2} = 0,015$ с. Отсюда, кстати, видно, что нет смысла неограниченно уменьшать случайную ошибку и делать при этом чудовищное количество измерений, так

как общая оценка погрешности тогда будет полностью определяться систематической ошибкой. Если инструментальная ошибка оказывается больше, тогда случайной ошибкой измерений можно пренебречь.

## Обработка результатов косвенных измерений

Для того чтобы найти высоту четвертого этажа нам надо выбрать метод расчета. Пусть наша модель дает нам зависимость  $H = gt^2/2$ . То есть высота будет косвенным результатом, для получения которого нам нужно знать время падения шарика  $t = 1,426 \pm 0,015$  с и ускорение свободного падения. Без обсуждения метода его получения возьмем его равным  $g = 9,82 \pm 0,03 \frac{m}{s^2}$ . Расчет высоты дает  $H = 9,98$  м в рамках выбранной модели, остается лишь найти погрешность косвенного измерения  $\Delta H$ .

Пусть есть две величины – результаты прямых измерений с погрешностями  $\tilde{a} = a_{uzm} \pm \Delta a$  и  $\tilde{b} = b_{uzm} \pm \Delta b$ . Приведем без доказательства (смотрите хотя бы [1], [2] или [5]) следующие правила нахождения погрешностей. Эти утверждения не очень точные, но вспомним, что нас интересует лишь оценка погрешностей.

1. Погрешности сумм и разностей  $x = a + b$  или  $y = a - b$  равны  $\Delta x = \Delta y = \Delta a + \Delta b$ .

$$\text{Относительная погрешность } \delta x = \frac{\Delta a + \Delta b}{a + b} \text{ и } \delta y = \frac{\Delta a + \Delta b}{a - b}.$$

2. Погрешности произведения и частного  $k = a \cdot b$  и  $l = \frac{a}{b}$  равны  $\Delta k = \Delta a \cdot b + a \cdot \Delta b$

и  $\Delta l = \frac{\Delta a \cdot b + a \cdot \Delta b}{b^2}$ . Относительные погрешности рассчитываются гораздо проще:  $\delta k = \delta l = \delta a + \delta b$ .

3. Если измеренная величина умножается на точное число, то есть  $g = E \cdot a$ , то  $\Delta g = E \cdot \Delta a$  и  $\delta g = \delta a$ .

4. Погрешность возвведения в степень  $d = a^n$ . Абсолютная погрешность  $\Delta d = n \cdot a^{n-1} \cdot \Delta a$ . Относительная погрешность  $\delta d = n \cdot \delta a$ , что тоже очень просто для счета.

5. Тригонометрические функции.

$$\begin{aligned} p = \sin a & \quad \Delta p = \cos a \cdot \Delta a & \delta p = \operatorname{ctg} a \cdot \Delta a \\ q = \cos a & \quad \Delta q = \sin a \cdot \Delta a & \delta q = \operatorname{tg} a \cdot \Delta a \end{aligned}$$

Теперь рассчитаем погрешность высоты  $\Delta H = \delta H \cdot H$ , где  $\delta H = \delta g + 2 \delta t$ .

$$\text{Расчет дает } \Delta H = \left( \frac{0,03}{9,82} + \frac{0,015}{1,426} \right) \cdot 9,98 \text{ м} = 0,14 \text{ м. Таким образом, высота } H = 9,98 \pm 0,14 \text{ м}$$

## Графическая обработка результатов измерений.

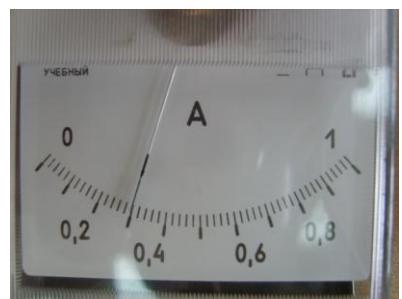
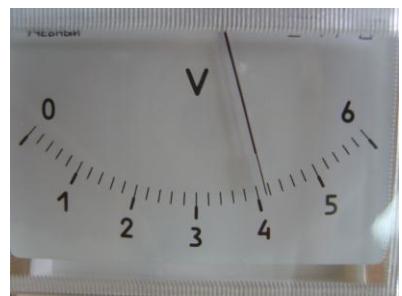
Наиболее частая в элементарной физике закономерность, когда одна величина пропорциональна другой. Вспомним закон Гука или второй закон Ньютона или закон Ома. В случае зависимости ускорения тела от величины приложенной силы или силы упругости от величины упругой деформации тела график есть прямая линия, проходящая через начало координат. Таким образом, простейший способ проверки пропорциональности – это построение графической зависимости.

**Пример:**

Пусть у нас собрана схема для измерения напряжения на участке цепи и силы тока, то есть для проверки закона Ома. Измерение напряжения проводится с помощью школьного вольтметра и школьного амперметра. На обоих написано «учебный». Это слово заменяет целую фразу «очень неточный прибор, класс которого, скорее всего 4». Таким образом, систематическая инструментальная погрешность  $\Delta I_{\text{инстр}} = 0,04\text{A}$  и  $\Delta U_{\text{инстр}} = 0,24\text{V}$ . Для хороших приборов в паспорте должна быть написана величина инструментальной погрешности, и больше ничего учитывать не нужно. В нашем случае придется учесть еще погрешность отсчета, равную половине цены деления прибора  $\Delta I_{\text{отсч}} = 0,02\text{A}$  и  $\Delta U_{\text{отсч}} = 0,1\text{V}$ . Полная систематическая ошибка  $\Delta I = \Delta I_{\text{отсч}} + \Delta I_{\text{сист}} = 0,06\text{A}$  и  $\Delta U = \Delta U_{\text{отсч}} + \Delta U_{\text{сист}} = 0,34\text{V}$ .

Результаты прямого измерения таким образом –

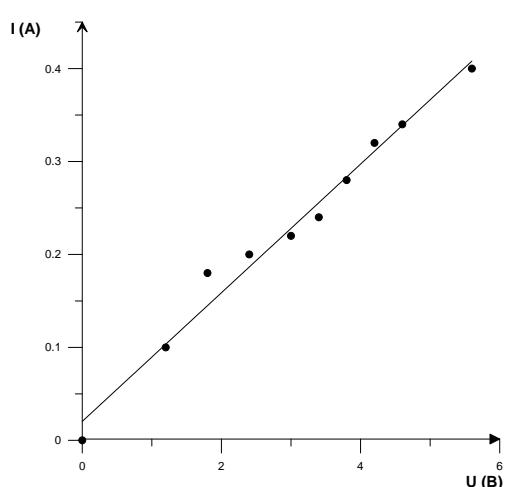
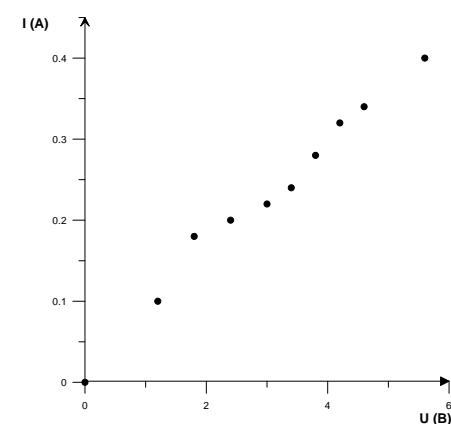
$$I = 0,30 \pm 0,06\text{A} \text{ и } U = 4,2 \pm 0,3\text{V}.$$



Теперь мы проделаем серию измерений тока и напряжения и составим таблицу.

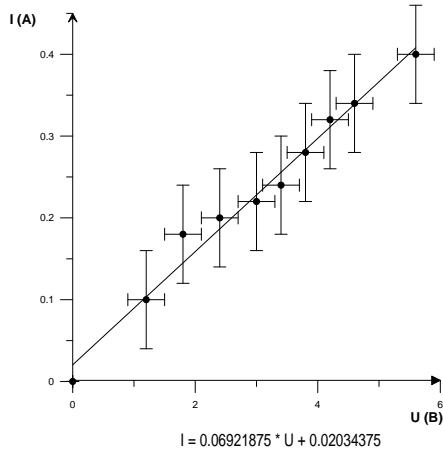
U(V) ( $\pm 0,3\text{V}$ )	1,2	1,8	2,4	3,0	3,4	3,8	4,2	4,6	5,6
I(A) ( $\pm 0,06\text{A}$ )	0,10	0,14	0,18	0,22	0,24	0,28	0,30	0,34	0,40

Построенная по этим данным вольтамперная характеристика не очень похожа на ожидаемую прямую. А вдруг на этом участке сила тока действительно не пропорциональна напряжению?



Существуют математические методы, позволяющие провести интерполяционную кривую (в данном случае – прямую) с использованием набора экспериментальных данных.

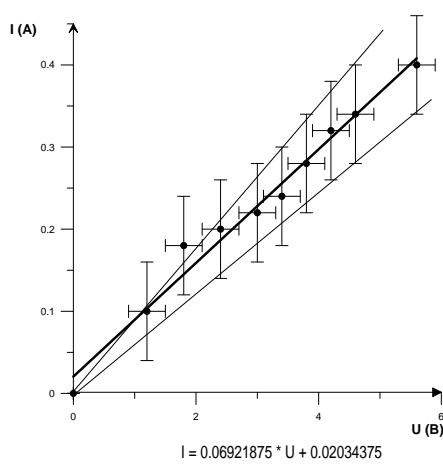
Если же приходится строить график вручную, не стоит соединять экспериментальные точки ломаной линией. Это будет означать, что параметры эксперимента меняются скачкообразно. Обычно физические зависимости описываются гладкими, плавными функциями, без резких перегибов и изломов. Страйтесь проводить кривую так, чтобы по обе стороны от нее было равное количество экспериментальных точек.



Построив на графике погрешности (эти черточки на графике называются *бары*), с которыми известны значения силы тока и напряжения, мы можем убедиться, что прямая проведена в согласии с результатами эксперимента.

Бары – это отрезки длиной в доверительный интервал, в центре которых находится экспериментальная точка.

Если бы интерполяционная кривая прошла в стороне от экспериментальных данных с учетом погрешностей, то можно было бы обсуждать возможность другой, уже не пропорциональной зависимости и сказать, что наша модель не согласуется с результатами эксперимента. А может надо просто провести измерения еще раз. Вдруг мы что-то не учли?



Наклон графика даст нам значение сопротивления. Чтобы найти погрешность в определении сопротивления, стоит провести две прямых, еще согласующихся с экспериментальными точками, крайнюю сверху и крайнюю снизу. Наклоны этих прямых и дадут нам оценку погрешности.

## Список литературы:

1. *Дж. Тейлор.* «Введение в теорию ошибок». – Изд-во «Мир», 1985
2. *Дж. Сквайрс.* «Практическая физика». – Изд-во «Мир», 1971
3. *Л.А. Сена.* Единицы измерения физических величин. – ОГИЗ – Гостехиздат, 1948
4. *А.Н. Зайдель.* Элементарные оценки ошибок измерений. – Изд-во «Наука» Ленинградское отделение, 1967
5. *А.Н. Зайдель.* Ошибки измерения физических величин. - Изд-во «Наука» Ленинградское отделение, 1974

## Приложение 1

### Экспоненциальная запись

Экспоненциальная запись — представление действительных чисел в виде мантиссы и порядка. Такая форма записи удобна при представлении очень больших и очень малых чисел, а также для унификации их написания.

$N = M \cdot n^p$  где

N — записываемое число;

M — мантисса;

n — основание;

p (целое) — порядок.

Например:

- 1 201 000 (один миллион двести одна тысяча):  $1,201 \cdot 10^6$ ; N = 1 201 000, M = 1,201, n = 10, p = 6.
- - 1 246 145 000 (минус один миллиард двести сорок шесть миллионов сто сорок пять тысяч):  $-1,246145 \cdot 10^9$ ; N = - 1 246 145 000, M = 1,246145, n = 10, p = 9.
- 0,000001 (одна миллионная):  $1,0 \cdot 10^{-6}$ ; N = 0.000001, M = 1,0, n = 10, p = -6.

## Приложение 2

### Правила обработки результатов измерений

1. Ознакомьтесь с измерительным прибором. Запишите в рабочую тетрадь его название, единицы измерения, диапазон измерений, класс прибора и цену деления. Определите с помощью класса прибора его приборную погрешность. Вычислите погрешность отсчета. За величину инструментальной погрешности  $\Delta x_{инстр}$  возьмите наибольшую из этих двух полученных величин и запишите полученное значение в тетрадь. Если есть паспорт прибора, запишите величину погрешности в тетрадь.
2. Поведите 5-10 измерений величины  $x$ , записывая результаты в таблицу.

Рассчитайте среднее значение  $\bar{x}$  и среднеквадратичную погрешность  $\sigma$ . В качестве полной погрешности прямого измерения возьмите  $\Delta x = \sqrt{\Delta x_{инстр}^2 + \sigma^2}$ .

3. Запишите результат измерения с указанием абсолютной и относительной погрешностей. Не забудьте, что если преобладает случайная погрешность, то инструментальной погрешностью можно пренебречь, и с доверительной вероятностью 0,7 результат измерения будет определен с точностью  $\Delta x = \sigma$ . Величины округляйте до одной значащей цифры, если же эта цифра 1, то оставьте две цифры.
4. Если результатом косвенных измерений будет расчет величины  $y = f(x_1, x_2, \dots)$ , то в расчетную формулу подставьте средние значения  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots$ . Если в формулу входят константы, округлите их так, чтобы относительная погрешность была не больше самого грубого из использованных значений. Запишите полученное значение величины  $y$ .
5. Рассчитайте и запишите в рабочую тетрадь относительную погрешность окончательного результата. Запишите результат в виде  $y = \bar{y} \pm \Delta y$ .