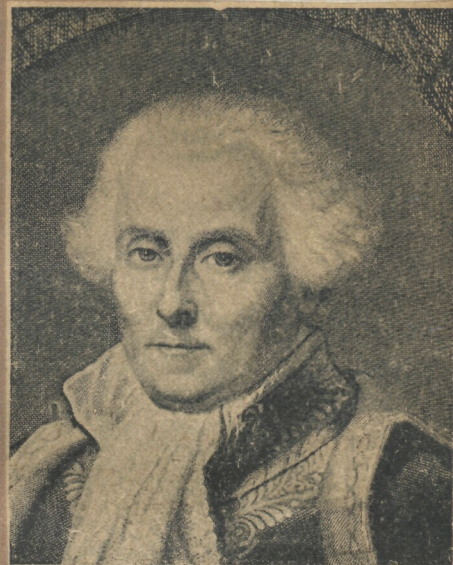


ЖИЗНЬ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫХ ЛЮДЕЙ

А. и Е. АНДРОНОВЫ



ЛАПЛАС

1930

ГОСИЗДАТ РСФСР  
МОСКОВСКИЙ РАБОЧИЙ

ЖИЗНЬ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫХ ЛЮДЕЙ

А. и Е. АНДРОНОВЫ

$\frac{52}{\text{А } 66}$

# Л А П Л А С

ЖИЗНЬ, МИРОВОЗЗРЕНИЕ,  
МЕСТО в ИСТОРИИ НАУКИ

С 8 рисунками

ГОСИЗДАТ РСФСР

МОСКОВСКИЙ РАБОЧИЙ

МОСКВА 1930

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Предисловие . . . . .	3
I. Эпоха, предшествующая Лапласу . . . . .	5
II. Биография Лапласа . . . . .	25
III. Мировоззрение Лапласа . . . . .	50
IV. Небесная механика	
1. Теория движения планет . . . . .	73
2. Устойчивость солнечной системы . . . . .	112
3. Теория движения луны . . . . .	123
V. Космогония	
1. Космогонические гипотезы Декарта, Канта и Бюффона . . . . .	135
2. Космогония Лапласа . . . . .	138
3. Возражения против космогонии Лапласа . . . . .	148
VI. Теория вероятностей . . . . .	165

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Работы Лапласа чрезвычайно многочисленны и разнообразны. Кроме работ по собственно небесной механике и теории вероятностей, у него есть работы по чистой математике, по теории приливов и отливов, по теории потенциала, по электродинамике, по теории капиллярности и др. Весьма многие из этих работ представляют собой громадные вклады в науку. Ввиду невозможности за недостатком места охарактеризовать все работы Лапласа и указать их место в истории науки, мы были вынуждены ограничиться только работами Лапласа по небесной механике и теории вероятностей. В этих двух науках работы Лапласа особенно значительны, кроме того, они связаны с его мировоззрением. Лаплас рассматривает небесную механику как основу объяснения всей физики, а теорию вероятностей—как инструмент для анализа общественных явлений. Мы остановились также на космогонической гипотезе Лапласа ввиду того большого значения, которое она получила впоследствии.

Лаплас — типичное порождение эпохи Просвещения; нам поэтому пришлось все же дать краткий очерк этой эпохи, хотя она и

достаточно общеизвестна. Ничтожное количество источников, относящихся к личной жизни Лапласа, делает совершенно невозможным дать сносное представление о его внутреннем облике.

Мы предполагаем у читателя этой книги знакомство с элементами марксистской философии, с космографией и с элементарной математикой.

При составлении этой книги нам оказали существенную помощь Б. Гессен, Л. Келдыш и П. Новиков.

Мы считаем излишним в научно-популярной книге приводить всю литературу, которой мы пользовались. Мы укажем только важнейшую:

Laplace, Oeuvres (I—XIV); Andoyer, Oeuvres scientifiques de Laplace; И д е л ь с о н, Три годовщины (Русский астрономический календарь, 1927 г.); Классические космогонические гипотезы (Гиз, серия «Классики естествознания»); ряд работ Пу а н к а р е; Ньютоновский номер «Под знаменем марксизма»; Г о л ь б а х, Система природы, а также современная литература о просветителях XVIII в. (Деборин, Луппол, Альтер и др.); Д ю г е м, Физическая теория.

Заметим, что на русском языке уже существуют две биографии Лапласа:

Е. Л и т в и н о в а, Лаплас (Павленковская серия); В. Ф е с е н к о в, Лаплас (Гиз, 1924 г.).

Октябрь 1928 г.

Составители,

## I. ЭПОХА, ПРЕДШЕСТВУЮЩАЯ ЛАПЛАСУ

Лаплас — один из величайших астрономов конца XVIII в., очень много вложивший в дело развития ньютоновой физики и один из создателей теории вероятностей; им заканчивается ряд великих механиков и математиков XVIII в.: Эйлера, Клеро, Даламбера и Лагранжа — продолжателей ньютонова учения.

Каждый из них очень много внес в науку, и вся их работа по существу составляет одно целое — создание небесной механики.

Все мирозерцание Лапласа, весь его научный труд стоит в связи со всем предшествующим ему течением науки, и не только с ним, но и со всем умственным движением XVIII в. Почти во всех отношениях Лаплас является типичным порождением эпохи Просвещения.

Поэтому для понимания значения и места Лапласа в истории науки необходимо знать тот исторический фон, на котором развертывалось его научное творчество.

Начало нового времени вместе с огромным развитием производительных сил и торгового капитала несет с собой великие географические открытия и могучее движение в науке,



первыми вестниками которого были гениальный ученый, художник и инженер Леонардо да-Винчи (1452—1519) и знаменитый Коперник (1473—1543) с его гелиоцентрической системой мира.

Средние века почти вплоть до XVI в. — время безраздельного господства Аристотелева учения. Физика и космология Аристотеля возведены в догмат и взяты под защиту церкви. Это учение оказывало противодействие всякому свободному исследованию. Оно пользовалось целым арсеналом первичных и вторичных причин, явных и скрытых качеств, которыми объяснялось решительно все. Объяснение явлений было в подавляющем большинстве случаев, примерно, такого рода: опиум усыпляет потому, что обладает «скрытым свойством» усыплять.

Постепенно истинное научное исследование поднимает голову.

Нужды мореплавания настойчиво требовали развития астрономии; она перестает быть служанкой астрологии и привлекает к себе особое внимание правительств морских государств, так как от нее ждут способов точного определения места <sup>1)</sup>.

Кеплер (1571—1630), основываясь на наблюдениях Тихо Браге, формулирует законы эллиптического движения планет, отбрасывая предрассудок, разделявшийся еще Копер-

<sup>1)</sup> В 1600 г. король Испании — наиболее могущественной морской державы того времени — предлагает 120 тыс. пиастров за способ определения долгот на море. Позднее подобные премии назначались Голландией и еще позднее — Англией, к которой перешла гегемония на море.

ником, что это движение является обязательно равномерным и круговым.

Значительные инженерные сооружения — арсеналы, водопроводы, плотины — требуют точного и умелого расчета; развитие артиллерии ставит на очередь разрешение вопросов баллистики.

Галилей (1564—1642) кладет основание современной динамики, формулируя принцип инерции и закон падения тел.

Между западно-европейскими странами устанавливаются тесные и непрерывные торговые и умственные связи; последним особенно способствует распространившееся книгопечатание.

Развившаяся промышленность доставляет разнообразный фактический материал и позволяет изготовлять достаточно сложные инструменты.

Обилие эмпирических фактов настойчиво требует систематизации научных обобщений, новой философии и окончательного ниспровержения аристотелевой схоластики.

Против физики Аристотеля Бекон (1561—1626) был выдвинут опыт. Бекон является родоначальником эмпиризма — направления, которое утверждает, что законы природы должны находиться только путем рассмотрения экспериментального материала. Бекон указывает и новый метод, с помощью которого наука должна постигать из фактов, данных в опыте, их причинную связь — метод индукции.

Другой противник схоластики Аристотеля, Декарт (1596—1650) был родоначальником

рационализма. Рационализм утверждает, что всякое познание основывается на логической дедукции, отправляясь от идей, почерпнутых внутри нас. По Декарту, мыслящий разум знает самую сущность материи, которая есть протяженность, он может отсюда чисто логическим путем вывести все свойства материи.

Декарт уничтожил «скрытые качества». Для него все явления должны быть объяснены исключительно материей и движением. Нет пустого пространства, все заполнено материей; вернее, для Декарта материя отождествляется с пространством. По его учению, движение всякого тела может произойти только от непосредственного соприкосновения с другими движущимися телами. Вихрями, увлекающими планеты с их спутниками, он объяснял все движения в солнечной системе.

Концепция Декарта, так прекрасно гармонизировавшая с непосредственным чувством, со всеми привычками мысли, полученными человечеством в его биологическом быту, давала программу механического объяснения мира.

Как научная методология — механическое мировоззрение сформулировано у Декарта с абсолютной четкостью. По Декарту, всякое свойство природы, не подводимое под категорию пространства и движения, вычеркивается из разряда причин и переносится в разряд проблем.

В конце XVII в. идеи Декарта получили полное, официальное признание. Влияние его

было огромно. Его последователями были такие люди, как Гюйгенс, Лейбниц, Спиноза, Бернулли.

В это же, примерно, время Гассенди (1592 — 1655) вновь воскресил атомистические представления греков. Приблизительно с конца XVII в. атомистическая гипотеза целиком проникла и укрепилась в науке.

Интенсивное развитие научной мысли вызвало к жизни целый ряд научных обществ. Так, в 1663 г. было основано знаменитым Бойлем Лондонское королевское общество; в 1666 г. была основана Кольбером Парижская академия наук, которая стала оплотом картезианства.

В Англии картезианство хотя и было признано, но не пустило глубоких корней. Здесь — на родине эмпиризма — рационализм Декарта не привился; научное исследование в Англии идет главным образом по пути накопления и рассмотрения экспериментального материала. Работы Бойля в физике и главным образом в химии окончательно освобождают науку от средневекового мусора; он с успехом продолжил дело, начатое Беконом.

Мощное движение в науке с начала нового времени достигает, так сказать, своего кульминационного пункта в работах Ньютона. В 1687 г. появились на свет знаменитые ньютоновы «Математические начала натуральной философии» (*«Principia mathematica philosophiae naturalis»*).

Ньютоном начинается новая эпоха в науке. Его работы определили по существу весь путь, все содержание дальнейшей научной

мысли в области теоретической физики вплоть до конца XIX в.

Кеплер открыл законы движения планет. Но эти законы не говорили, почему происходит такое движение. Законом всемирного тяготения и принципами механики Ньютон объяснил их движение, он дал ответ на вопрос, почему они так двигаются: их движение объясняется тем, что все тела притягиваются друг к другу с силой, прямо-пропорциональной их массам и обратно-пропорциональной квадрату расстояния между ними. Зная массы планет, их скорости и их положение в какой-нибудь данный момент времени, мы можем на основании причины их движения — силы тяготения — вычислить состояние солнечной системы, т. е. скорости и расположение планет, для любого другого времени.

Но для того, чтобы оценить дело Ньютона, мало сказать, что он дал объяснение движениям в солнечной системе: открытием всемирного тяготения он обосновал существование физических причин для всех явлений.

Идея о том, что все явления должны быть объяснены физическими причинами, встречается еще у греков. Но фактически до Ньютона эта идея оставалась почти одним лишь пожеланием философов. Ньютон открытием всемирного тяготения впервые показал, так сказать, реальность этого требования, он построил систему физической причинности, отображавшей черты действительного мира. Только после того, как он одним законом тяготения дал объяснение движений солнечной системы, вера в то, что все мировые явления

подчинены неизменным законам природы, получила под собой твердую почву.

Ньютон<sup>1)</sup>), опираясь на предшествующие открытия в математике, главным образом на аналитическую геометрию Декарта и на работы Ферма об отыскании наибольших и наименьших значений, создал анализ бесконечно малых — новый могущественный метод, приспособленный для математического исследования изменяющихся величин. Задачи, которые до появления этого метода требовали всей изобретательности и напряжения гениальных умов, теперь свободно решаются рядовыми математиками. Дифференциальное и интегральное исчисления открывали широкие возможности для математической обработки природы. Этот математический аппарат был необходимым добавлением, необходимой частью открытия всемирного тяготения. Только анализ бесконечно малых дал возможность развить на основе закона тяготения полное объяснение небесных явлений — небесную механику.

Ньютон не особенно заботился о выяснении природы силы тяготения; он довольствовался тем, что с ее помощью можно правильно объяснять движение небесных тел. Его последователи пошли дальше и стали утверждать, что междупланетное пространство пусто. Такая точка зрения естественно должна была вызвать отпор со стороны картезианцев. И действительно, закон всемирного тяготения был признан далеко не сразу.

---

<sup>1)</sup> Независимо и почти одновременно с Лейбницем.

Умам, воспитанным на Декарте, так недавно и с такой радостью освободившимся от таинственных «качеств» схоластики и имевшим такой простой и ясный принцип объяснения всех явлений (все явления должны быть объяснены непосредственным соприкосновением движущихся тел), сила тяготения и ее мгновенная передача на огромные расстояния казалась шагом назад, обратно к скрытым качествам схоластики<sup>1)</sup>.

Но борьба ньютонианства с картезианством имела более глубокие корни, чем спор о вновь внесенных в науку «скрытых качествах». Это — борьба между двумя научными методами, между двумя научными взглядами на мир — рационализмом и эмпиризмом, методом Декарта и методом Бекона.

Хотя самого Ньютона и нельзя считать законченным эмпириком, ньютоновская физика, которая рассматривалась как поразительное достижение метода индукции, стала оплотом эмпиризма. На знамени эмпиризма были начертаны знаменитые слова Ньютона: «Гипотеза не строю. Ибо все то, что не может быть выведено из явлений, должно быть названо гипотезой. Гипотезам... нет места в философии».

<sup>1)</sup> Лейбниц после прочтения „Начал“ писал Гюйгенсу: „Я не понимаю, как он (Ньютон) представляет себе тяжесть или притяжение. По его мнению, повидимому, это не что иное, как некое нематериальное необъяснимое качество“. Гюйгенс, в свою очередь, отвечает Лейбницу: „Что касается причины приливов, которую дает Ньютон, то она меня не удовлетворяет нисколько, как и все другие его теории, которые он строит на своем принципе притяжения, который представляется мне абсурдным“.

ии экспериментальной. В этой философии положения выведены из явлений и обобщены индукцией».

Враждебность этих двух течений особенно резко подчеркнута в предисловии ко второму изданию ньютоновых «Начал» (1713 г.), написанном последователем Ньютона Роджером Котсом. Котс резко полемизирует с картезианцами, восстает против тех, «кто возмнит, что он может найти истинные начала физики и истинные законы природы единственно силою своего ума и светом своего рассудка».

Колоссальное превосходство сил было на стороне ньютоновой физики, у нее были реальные научные достижения, в то время как у картезианцев была лишь философская программа. Все попытки количественно вывести из идей Декарта движение планет потерпели неудачу.

Победа ньютоновской физики была также победой эмпиризма.

Дальше всего картезианство удержалось во Франции. Даже тогда, когда в Англии ньютонова физика была признана, во Франции в полной силе оставалось картезианство.

Но во второй половине XVIII в., когда ньютонианство проникло и укрепилось во Франции, руководящая роль в науке переходит почти полностью к французским мыслителям и ученым, они развивают основные идеи ньютоновой физики.

Мы остановимся несколько подробнее на причинах и сущности того мощного развития Франции, которое сопровождалось бле-

стоящим расцветом науки. Может быть, нигде в истории не появлялось одновременно в одной стране такого количества замечательных мыслителей и ученых, одним из которых был Лаплас.

В XVII в. развитие во Франции торгового капитала происходит, как и всегда, в связи с усилением королевской власти и переходом сословной монархии в абсолютную. Экономическая политика королей в XVII в. — меркантилизм — определялась интересами торгового капитала и содействовала его развитию. Но в XVIII в. те же производственные отношения начинают тормозить экономическое развитие страны: эпохе торгового капитала идет на смену эпоха промышленного капитала. Вся оставшаяся в наследие от XVII в. — эпохи меркантилизма — система опеки торговли, регламентации промышленности, а также остатки феодализма — сословные привилегии дворянства и духовенства — стоят на пути дальнейшего развития производительных сил. Государство все меньше могло справляться с хозяйственной жизнью страны и в то же время не шло ни на какие существенные уступки буржуазии. Дальнейшее развитие буржуазного общества могло быть лишь после ломки старого строя. Отсюда борьба буржуазии с абсолютизмом, результат этой борьбы — Великая французская революция.

Поднимавшейся буржуазией была выдвинута ее идеология, отражавшая ее оппозиционное настроение и служившая ей оружием борьбы — учение «просветителей» XVIII в.

Сравнительно умеренная в начале XVIII в., когда буржуазия желала только реформ сверху, эта идеология делается все более и более радикальной и, наконец, незадолго до Великой французской революции превращается в материализм и атеизм.

В первой половине XVIII в. французская философия находится под большим влиянием Англии, в которой буржуазия уже до известной степени оформила свою идеологию и в которой промышленность и естествознание достигли больших успехов.

Идеи установления законности, гражданских и торговых свобод, идеи народного представительства; материализм Гоббса, сенсуализм Локка; новое естествознание, химия Бойля и в особенности физика Ньютона, находят себе благодарную почву во Франции.

К старшему поколению просветителей принадлежат Вольтер и Монтескье.

Посетивши в начале XVIII в. Англию, Вольтер перенес, пропагандировал и популяризировал общественно-политические учения острова и много сделал для распространения во Франции учения Ньютона.

Блестящий публицист и антирелигиозный памфлетист, Вольтер — все-таки еще деист, и в своих общественно-политических взглядах не идет дальше просвещенного абсолютизма.

Ко второму поколению просветителей принадлежат Дидро<sup>1)</sup>, Гельвеций, Даламбер, Гольбах и др. Они уже материалисты и атеисты или, в крайнем случае, «скептики», как

<sup>1)</sup> Дидро эволюционировал от теизма к атеизму (см. Л'у п п о л, Дени Дидро, глава V).



Даламбер. Эти же люди составляли ядро знаменитой «Большой энциклопедии наук, искусств и ремесел», начавшей издаваться в 1751 г. и наметившей программу нового научного и общественного мировоззрения. Это мировоззрение нашло свое завершение в книге Гольбаха «Система природы» (1770 г. —этой, как ее называли, библии материализма. «Система природы» является «катехизисом» мировоззрения революционной буржуазии XVIII в.; здесь в систематической форме изложены как положительные основы материализма XVIII в., так и беспощадная критика религии и теологии.

Очень сильное влияние на философию Просвещения оказало то развитие науки, которое шло во Франции одновременно с ростом производительных сил. К концу XVIII в. почти вся мировая наука сосредоточивается во Франции.

Первая половина XVIII в. во Франции — время борьбы картезианства с ньютонианством. «Если француз приедет в Лондон, — писал Вольтер в 1727 г., — он найдет здесь большое различие в философии, а также во многих других вещах. В Париже он оставит мир полным вещества, здесь он находит его пустым. В Париже вселенная наполнена эфирными вихрями, тогда как здесь в том же пространстве действуют невидимые силы; в Париже давление луны на море производит отлив и прилив, — в Англии, наоборот, море тяготеет к луне. У картезианцев все делается через давление, что, по правде сказать, не совсем ясно; у ньютонианцев все

объясняется притяжением, что, впрочем, не много яснее. Наконец, в Париже землю представляют себе вытянутой у полюсов, как яйцо, а в Лондоне она сжата, как тыкva».

Почти до середины XVII в. картезианство пользовалось во Франции всеми правами гражданства и даже официально поддерживалось Французской академией наук. Но фактически оно доживало последние дни. К середине XVIII в. появились работы Эйлера, Клеро и Даламбера, продолжавшие и развивавшие механику Ньютона, которые окончательно упрочили победу ньютонианства.

После того как учение Ньютона преодолело препятствия, ставшие на пути его признания, оно получило во Франции огромное развитие и распространение.

Торжествующая победа ньютоновой физики была также победой эмпиризма. Рационализм Декарта был сдан в архив, по крайней мере на словах, и о нем вспоминали только, как о математике.

XVIII в. — «золотой век» механики и математики, время их быстрого, так сказать, героического развития. Одно открытие непосредственно следовало за другим, и в несколько десятилетий была завоевана обширнейшая научная территория. Механикой Ньютона насквозь пропиталась вся научная и философская мысль этого времени. Она сделалась не только образцом истинности и точности, по которому должно быть построено все знание, но ее непосредственно пытались переносить во все отрасли науки. Чрезмерные энтузиасты стремились притяжением

объяснять решительно все, вплоть до физиологии и психологии.

К 80-м гг. XVIII в., когда начинают появляться научные работы Лапласа, математика сделала громадные успехи. Бернулли, Эйлер, Даламбер и Лагранж повели дальше разработку анализа бесконечно малых, основание которых было заложено Ньютоном и Лейбницем, и создали тот «костяк» классической высшей математики, который сохранил всю свою ценность до настоящего времени, хотя и сильно развился благодаря работам Коши и Вейерштрасса.

Небесная механика достигла значительно-го развития. Эйлер, Клеро, Даламбер, Лагранж уже в значительной степени выработали те специфические методы, которые были необходимы для аналитического решения задач о движении небесных тел, — методы, связанные с законом обратных квадратов и с характерными особенностями нашей солнечной системы.

Эйлер, Даламбер и Лагранж создали так называемую «аналитическую механику» — то общее, что связывает «земную» и «небесную» механику в одно стройное и законченное целое. Это весьма общий аппарат, пригодный для всяких законов сил и применимый ко всем сложным проблемам земной механики.

Примерно к этому же времени относится и оформление несколько особой ветви математики — теории вероятностей, развитие которой связано с именами Бернулли, Моавра, Байеса и Кондорсе.

Этот расцвет точного естествознания очень сильно отразился на философии XVIII в. Материализм и атеизм энциклопедистов тесно связаны с тем твердым убеждением, что все мировые явления подчинены неизменным законам природы, — убеждению, которое получило такой прочный фундамент в виде небесной механики, с чудесной точностью предсказывающей явления на много лет вперед.

Но в то же время французские материалисты видоизменили те стороны учения Ньютона и его английских последователей, которые были наружу религии. Ньютон рассматривал материю как нечто пассивное, что должно быть приведено в движение. Отсюда Ньютон приходил к «первопричине», к «первоначальному толчку», одним словом, — к богу. Французские материалисты не могли, конечно, признать «первоначального толчка». Они освободились от него тем, что выдвинули идею активности материи, т. е. идею, что материя невозможна без движения.

Учение Ньютона в руках энциклопедистов сделалось учением, подготовившим низвержение «тиранов».

«Материализм прошлого (XVIII) века, — говорит Энгельс, — был преимущественно механическим, потому что из всех естественных наук к тому времени достигла известной законченности только механика, а именно только механика твердых тел (земных и небесных), короче — механика тяготения. Химия была еще в детском состоя-

нии, в ней придерживались еще теории флогистона. Биология была еще в пеленках».

Естественно поэтому, что просветители, так сказать, переносили на всю действительность результаты, полученные в астрономии.

У них не было представления о специфических закономерностях, господствующих в качественно различных областях. Они пытались оперировать механическими понятиями в химии, физиологии, и даже в основе общественных явлений они видели лишь игру атомов.

В механической картине мира нет места случайности, все определено, детерминировано, как детерминированы солнечные затмения. Французские материалисты стояли на твердой почве детерминизма. Однако этот детерминизм был абстрактным. Необходимое с точки зрения механической причинности движение атомов могло, по их взглядам, самым непредвиденным, исторически ничем не оправданным образом изменить весь ход истории.

«В природе, — говорит Гольбах, — где все связано, все действует и противодействует, движется и изменяется, соединяется и разлагается, образуется и погибает, — нет ни одного атома, не играющего важной и необходимой роли, ни одной незаметной частицы, которая не была бы способна, попав в надлежащую обстановку, произвести чудесные действия. Избыток едкости и желчи фанатика, слишком горячая кровь в сердце завоевателя, расстройство пищеварения у правителя, фантазия, промелькнувшая в ду-

ше женщины, — все это достаточные причины для войн, для бойни, поглощающей миллионы жизней, для разрушения городов, для уничтожения, запустения и несчастья в течение многих веков».

Таким образом, закономерности внутри общественных явлений французские материалисты не видели; они не умели отличать в общественных явлениях необходимое, связанное с закономерным ходом истории, от случайного, играющего второстепенную роль, в конечном счете — не оказывающего влияния.

Поэтому они были вынуждены смотреть на историю, на жизнь общества, как на совокупность случайностей. Оттого, что эти случайности порождались строго детерминированными (с точки зрения механической причинности) движениями атомов, не делалось легче: дорога к открытию законов общественных явлений была закрыта просветителям.

Таким образом, оставаясь в теории механическими детерминистами, они на практике отказывались от причинного объяснения общественных явлений.

Однако общественные явления настойчиво требовали хоть какого-нибудь суррогата причинного объяснения. И философы XVIII в. апеллировали к «природе» и «разуму».

Человек есть часть природы. Поэтому устройство общества должно следовать природе, которая диктует для этого свои неизменные законы. Эти естественные законы

совпадают с тем, что требует «разум». Если человечество было до сих пор несчастно, то это потому, что ему не доставало «просвещения», оно не видело этих данных природой законов. Отсюда взгляд на всю прошлую историю, как на темное время заблуждений, невежества, гнета религиозных предрассудков, незнания истинной природы человека; настоящая же история — век просвещения — это время прогресса, «разума», его завоеваний, открытия истины. «Природа» и «разум», спутанные в один клубок, красной нитью проходят через все их учение.

Путаница и беспомощность просветителей в вопросах, связанных с историей и социологией, чрезвычайно усугублялась тем, что идея развития играла у них безусловно второстепенную роль. И если у Дидро и в особенности у Ламеттри мы имеем эволюционные идеи, в «Системе природы» Гольбаха, «библии материализма», которая до известной степени как бы подытоживала философию энциклопедистов, имеются только смутные и противоречивые догадки о возможности исторического взгляда на природу. «Без всякого противоречия можно допустить, что виды непрерывно изменяются», — говорит Гольбах, но сейчас же прибавляет: «Нельзя также ничего возразить и против обратного мнения, например... что человек, четвероногое, рыба, насекомое и т. д. существуют от века и остаются всегда неизменными, что звезды от вечности одинаково светят на небосводе». Эти вопросы не имеют для него никакого значения и фактически совершенно не влия-

ют на основное отношение Гольбаха к природе, как к чему-то неизменному.

Нужно было столетие, нужны были Гегель и Маркс, нужен был Дарвин, чтобы идея развития завладела социологией и биологией.

Материалисты утверждали, что раздваивание человека на тело и душу не должно иметь места, так как отсюда проистекают все религиозные верования. Но точно так же неправильно раздваивание материи на «свойства» и «истинную сущность». В этом последнем вопросе материалисты XVIII в. были не всегда последовательны, хотя в общем и целом правильно решали вопрос, в особенности Дидро, у которого имеются места, где он говорит, что мы познаем материю постепенно и что сущность материи нам более известна, чем древним.

Подобное противопоставление «свойств» и «истинной сущности» открывает дорогу идеалистическим построениям. Отсюда развилось кантианство с его учением о «вещи в себе». Однако французские просветители были весьма далеки от кантианства, даже те из них, которые не были чистыми материалистами, как, например, Даламбер. Окончательное преодоление этого «дуализма» относится к XIX в. — к Гегелю, Марксу и Энгельсу.

Во всех произведениях материализма XVIII в. звучит безудержный оптимизм, вера в победу — оптимизм класса, уверенно шедшего к власти и не подозревавшего, что его «вечные принципы разума и природы» будут

сданы в архив и объявлены принципами революционной буржуазии XVIII в.

Мы здесь не будем останавливаться на истории Великой французской революции, консульате, империи и реставрации, — она достаточно общеизвестна.

Мы здесь хотели дать лишь сжатый очерк той эпохи, которая предшествовала Лапласу и которая определила его научное и философское мировоззрение.

## II. БИОГРАФИЯ ЛАПЛАСА

Пьер-Симон Лаплас родился в Бомоне на Оже в Нормандии 23 марта 1749 г. Его отец был небогатый крестьянин, и обстановка детства Лапласа не располагала к ученой карьере. Повидимому, позже он не имел сношений со своими родителями, и они не принимали участия в его дальнейшей судьбе. Говорят, великий геометр имел впоследствии слабость скрывать свое незнатное происхождение.

Рано проявившиеся блестящие способности Лапласа обратили на себя внимание некоторых состоятельных людей Бомона. Его пристроили в коллеж Бомона, который был в руках бенедиктинцев.

Лаплас обладал прекрасной памятью, и занятия самыми разнообразными предметами давались ему легко. Он очень хорошо знал древние языки, занимался литературой, математикой и теологией. Он с большим остроумием и тонкостью разбирал самые запутанные богословские вопросы. Однако вряд ли Лаплас был когда-нибудь религиозен; никогда богословие не задевало его глубоко: это была игра острого ума — не больше.



О юности Лапласа нет никаких сведений, и нет возможности проследить путь его развития, увидеть, как и под влиянием чего формировался его умственный облик. Но бесспорно, что Лаплас впитал в себя философию Просвещения, фактически она полностью определяет все его мировоззрение.

Известно также, что уже очень рано Лаплас начал серьезно заниматься математикой; его первая напечатанная работа была сделана им, когда ему едва минуло 17 лет.

После коллежа Лаплас сделался преподавателем математики в военной школе Бомона. Но там он пробыл недолго; к этому времени математика безраздельно завладела им. Его потянуло в Париж—средоточие тогдашней математической жизни.

Лаплас постарался обеспечить свои первые шаги в Париже и, отправляясь туда, запаса большим количеством рекомендательных писем, которые могли казаться очень внушительными.

Приехавши в Париж в 1770 г. (ему было тогда 21 год), Лаплас направился к Даламберу, который пользовался в то время очень большим авторитетом и влиянием. На Даламбера не произвели никакого впечатления рекомендации, которые привез с собой Лаплас, но он оценил способности Лапласа, сумевшего показать ему свой математический талант. Даламбер принял участие в его судьбе, и через несколько дней Лаплас был устроен профессором математики в Королевской военной школе Парижа.

Его математическое образование уже в эту пору было блестящим: он вполне владел методами современной ему математики. И с этого же, примерно, времени он начал заниматься теми вещами, которым посвятил всю свою жизнь: небесной механикой и теорией вероятностей.

Лапласу хотелось, новидимому, попасть поскорее в Академию и таким образом обеспечить свою научную карьеру. Он наводнял Академию своими работами, а работал он в это время очень много и чрезвычайно плодотворно. Но вначале он не встретил полного сочувствия членов Академии. В 1772 г. он был, повидимому, против его ожидания, забаллотирован на место *adjoint-geomètre* — первую ступень в лестнице академической иерархии. Конкурентом Лапласа, выбранным вместо него, был некто Кузен — совершенная посредственность. Вообще вначале к Лапласу отнеслись довольно холодно. Отзывы академиков о его первых работах, в которых уже ясно виден гений Лапласа, чрезвычайно сдержанны, и даже Даламбер, хотя и принимал участие в Лапласе и делал многое для его устройства, тем не менее отзывался о нем с некоторой сухостью. Быть может, такое отношение Даламбера объясняется некоторыми личными качествами Лапласа; очень возможно, что Лаплас не слишком благовидно держался, некрасивыми способами старался обратить на себя внимание. Даламберу, вероятно, были чрезвычайно неприятны те качества Лапласа, которые впоследствии проявились с пол-

ной ясностью: лстивость и угодливость перед великими мира сего. Кроме того, скромностью в отношении своих научных работ Лаплас никогда не отличался. В одном письме, ответном на письмо Кондорсе, Лагранж пишет: «Я несколько удивлен тем, что вы мне говорите о Лапласе: это — недостаток, присущий, главным образом, молодым людям — кичиться своими первыми успехами; но самонадеянность уменьшается по мере того, как увеличиваются знания». Естественно, что все эти качества отталкивали от Лапласа многих людей.

После своего провала на выборах в Академию, которым он был, повидимому, крайне раздосадован, Лаплас выразил желание вступить на «приличную пенсию» в Берлинскую академию наук, куда Фридрих II, этот «король-философ», старался привлечь наиболее выдающихся людей того времени. Преподавание в Королевской военной школе отнимало у Лапласа очень много времени и мешало ему в научной работе. После же неудачи с Академией ему тем более захотелось устроиться где-нибудь в лучших условиях.

Даламбер взялся за переговоры и за устройство Лапласа в Берлине. Он написал Лагранжу, который был в то время президентом Берлинской академии наук, письмо с просьбой, если возможно, пристроить там Лапласа. Но и в этом письме Даламбера нельзя не обратить внимания на ту, быть может, совершенно невольную сдержанность, с которой он рекомендует Лапласа: «Этот молодой человек, — пишет он, — горит желанием за-

ниматься математикой, и я думаю, что у него достаточно таланта, чтобы выделиться в этой области».

Лагранж в ответ написал Даламберу, что условия в Берлинской академии далеко не блестящи, и не советовал Лапласу устраиваться там. Дело это было брошено, тем более, что довольно скоро, в 1773 г., Лаплас был выбран во Французскую академию как *adjoint-mécanicien* (ему было тогда 24 года).

В это же, примерно, время Лаплас закончил свою работу об устойчивости солнечной системы.

Нужно все же сказать, что кроме этих неудач и трений в начале своей научной карьеры, каких-нибудь мытарств и настоящего непризнания Лаплас никогда не испытывал.

Даламбер, хотя и не был к нему лично расположен, все же покровительствовал ему и делал для него очень многое. И кроме того, те же свойства Лапласа — лстивость, умение прислуживаться, которые отталкивали некоторых людей, с другой стороны, создали ему покровителей. Одним из таких покровителей был президент королевского «парламента» Бошар де Сарон. Лаплас посвящал ему свои работы, а тот печатал их на свой счет. Говорят, Лаплас сумел извлечь из этого покровительства все возможные выгоды для своего благосостояния и для своей карьеры. В 70 и 80-х гг., после переговоров относительно устройства Лапласа в Берлинскую академию, между Лапласом и Лагранжем завязалась переписка. Это почти исключительно научная переписка, они говорят о

своей научной работе, сообщают друг другу свои результаты. Нельзя по этим письмам судить о том, как они реагировали на политические события во Франции, — а Париж в то время начинал уже сильно волноваться, — ни об их общих взглядах, ни, тем более, об их личной жизни. Трудно также судить по этой переписке и о том, как они относились друг к другу. Написанные в том утрированно-любезном, несколько приторном тоне, который так характерен для той эпохи, они полны взаимных похвал и любезностей: «Я не смогу выразить, до какой степени я был восхищен и поражен глубиной вашего анализа...» «Примите уверения в глубоких чувствах уважения и дружбы, которыми я проникнут и с которыми останусь на всю жизнь...» Но, насколько искренни такие заявления, сказать трудно.

До известной степени Лаплас и Лагранж конкурировали своими работами по небесной механике; дискуссии о приоритете, хотя и ведшиеся со всей академической учтивостью, все же иногда проскальзывают в их работах.

В 80-х гг. Лаплас был в близких и дружеских отношениях с гениальным химиком Лавуазье, трагически погибшим во время революции. Они вместе работали по теории тепла; Лаплас принимал некоторое участие в той борьбе с флогистонем, которую в то время вел Лавуазье. «Я право не знаю, — пишет Лаплас Лагранжу, — каким образом я дал себя увлечь в работу по физике, и вы найдете, быть может, что я лучше бы сде-

лал, если бы воздержался; но я не мог устоять против настояний моего друга Лавуазье, который вкладывает в эту совместную работу всю любезность и проницательность, какие я только могу пожелать. Кроме того, так как он очень богат, он не жалеет ничего для того, чтобы дать опытам точность, которая необходима при таких тонких исследованиях».

За время приблизительно с 70 до 90-х гг. Лаплас сделал свои основные работы по небесной механике.

В 1784 г. Лаплас сделался экзаминатором королевского корпуса артиллеристов. Это место улучшило его денежные ресурсы, которые до того времени были довольно ограничены.

В 1785 г. он стал членом Академии наук (пенсционером). Слава и известность его в эту пору быстро росли.

Разразившаяся в 1789 г. революция не отразилась на работах Лапласа. Как раз в это время он начал свой капитальный труд — «Небесную механику». Но на жизни его отразилось бурное и неустойчивое время революции.

Первое время революции в Академии не произошло по существу никаких перемен.

Национальное собрание декретом 8 мая 1790 г. поручило Академии наук создать единообразную систему мер и весов, «которую можно было бы проверить во все времена и во всех местах». Была образована комиссия мер и весов, в которую вошли Лаплас, Лагранж, Монж и Кондорсе, ~~Виницей~~

длины была выбрана одна десятиллионная четверти земного меридиана, и отправлены экспедиции для геодезических измерений<sup>1)</sup>.

За исключением некоторых формальных перемен в организации Академии, которые фактически не были проведены в жизнь, все старые традиции были сохранены полностью — Академия оставалась первое время без всяких изменений. Но понемногу над ней начали собираться тучи. Марат в «Друге народа» и в отдельном памфлете под названием «Современные шарлатаны» обрушивался на академиков, этих, как он пишет, «низких сообщников деспота, подлых болтунов деспотизма» и главным образом на Лавуазье, Монжа и Лапласа<sup>2)</sup>.

В 1792 г., после революции 10 августа, Фуркруа на одном из заседаний Академии предложил вычеркнуть из числа членов эмигрантов и «людей, известных своей контрреволюционностью». Академикам удалось обойти и до известной степени замять это предложение, но настроение делалось все более тревожным. Правда, время от времени

казалось, что положение Академии все же прочно; на отзыв и рассмотрение Академией посылались весьма важные вопросы усложнявшейся военной техники, различные финансовые проекты и многое другое. Но в то же время начали задерживаться ассигновки денег на Академию, и враждебное отношение к ней, как к учреждению, созданному во время деспотизма, все росло. Академия напрасно старалась выставить свои республиканские чувства; после недолгой агонии декретом Конвента 8 августа 1793 г. все прежние ученые общества, в том числе и Академия, были упразднены. Все попытки отстоять ее оказались тщетными.

Комиссия мер и весов, несколько измененная, продолжала существовать.

За время революции Лаплас пережил много беспокойств.

Ученые в это время «брались в реквизицию», и даже знаменитый Лагранж должен был вычислять траектории снарядов. Монж, Бертолле и некоторые другие развивали немалую энергию в деле подготовки Фран-

<sup>1)</sup> Окончательным результатом этих работ явилась всем известная метрическая система, которой сейчас пользуются почти во всем мире и которая сыграла известную роль в развитии наук.

<sup>2)</sup> «К числу лучших академиков-математиков, — пишет Марат, — относятся Лаплас, Монж и Кузен: род автоматов, привыкших следовать известным формулам и прилагать их вслепую, как мельничная лошадь, которая привыкла делать определенное число кругов, прежде чем остановиться». В другом месте, касаясь личной жизни Лапласа, Марат пишет: «Молва говорит, что Лаплас, ослепленный успехами Сюара и Мармонтеля,

застыл в вычислениях, чтобы узнать причину этого; наконец, кто-то заметил ему, что и у одного из другого красивые жены: рецепт, которым он тотчас воспользовался. Если этот рецепт не подействовал, это не от недостатка желания ему последовать как можно лучше: дело было в том, что хорошие времена прошли». Надо думать, что в этой борьбе с Академией Марат руководили не только политические соображения, но и личная обида: незадолго до революции Академия дала отрицательный и, повидимому, не совсем справедливый отзыв о его научных работах.

ции к надвинувшейся войне<sup>1)</sup>. Лаплас не пошел по пути Монжа и предпочитал держаться в тени. Его репутация, — быть может, отчасти благодаря его близким отношениям с аристократом и бывшим членом королевского парламента Бошар де Сароном, — была далеко не безупречна. Как уже было сказано, Марат выдвигал против него всевозможные обвинения. Лаплас вместе с Лавуазье были отозваны из комиссии мер и весов по причине «недостаточности республиканских добродетелей и слишком слабой ненависти к королям». Это не помешало Лапласу несколько позже явиться в Конвент во главе депутации, которая высказала «вечную ненависть тиранам», — он старался исправить свою репутацию.

Во время террора Робеспьера Лаплас потерял несколько ближайших своих друзей: Бошар де Сарон, Лавуазье и астроном Бальи были гильотинированы.

Но в то же время он продолжал свою научную работу. Весной 1793 г., напуганный террором, он уехал с семьей (он женился в 1788 г. на m-lle де Курти) в Мелюнь, где было сравнительно тихо, и там написал свою популярную книгу «Изложение системы мира».

С самого начала Конвент предполагал провозвести реформу народного образования, но долгое время это оставалось только в про-

екте. После термидорианского переворота, когда власть захватила крупная буржуазия, были предприняты шаги по организации многих научных учреждений. Декретом 30 октября 1794 г. Конвент создал так называемую «Нормальную школу» специально для подготовки преподавателей. Профессорами туда были приглашены Лаплас, Лагранж, Монж и другие. Лекции этих ученых записывались специальными правительственными стенографами и рассылались по всей Франции. В это же время была основана «Школа публичных работ», которая потом была переименована в «Политехническую школу». Это учебное заведение, быстро получившее колоссальную известность, выпускало высококвалифицированных военных и гражданских инженеров. Современники говорили про нее, что это «заведение без соперника и без образца, заведение, которому завидует вся Европа, первая школа в мире». Из числа ее учеников выходили как превосходные теоретики, например, Фурье, Френель, Гей-Люссак, Коши, так и превосходные инженеры, которые блестяще применяли свои теоретические знания на практике. Были созданы Бюро долгот и Палата мер и весов.

Основанный вместо старых академий «Национальный институт» должен был «совершенствовать науки и искусства путем непрерывных изысканий, опубликовывать открытия, сноситься с отечественными и иностранными учеными обществами, а также руководить научными и литературными работами, направленными к общей пользе и

---

<sup>1)</sup> См. об этом подробнее у А. Матьева; «Как побеждала Французская революция», Москва, 1928 г. (Глава «Мобилизация ученых во II году»).



славе республики». В институте был собран весь цвет французской науки.

Лаплас сделался теперь профессором в Нормальной школе, членом Бюро долгот, стоял во главе Палаты мер и весов и был назначен членом Института. Вся дальнейшая научная деятельность Лапласа была связана с Институтом, он имел там огромное влияние и играл руководящую роль. Слава и известность его в ту пору были громадны. В 1796 г. появилась его книга «Изложение системы мира», которая еще увеличила его популярность. Эта книга — по существу элементарное изложение «Небесной механики» — написана прекрасным языком, который, к сожалению, теряется при переводе. И вообще Лаплас — блестящий стилист, его работы—своего рода литературные произведения. Меньше чем через год после своего появления «Изложение системы мира» было уже переведено на немецкий язык, а потом и на английский.

«Изложение системы мира» Лаплас посвятил Совету пятисот. «Самые большие благодеяния астрономических наук заключаются в рассеянии заблуждений, порожденных незнанием истинных отношений в природе, заблуждений, пагубных тем более, что весь наш общественный строй должен основываться на этих отношениях, на правде и справедливости...» и т. д. В издании 1824 г. Лаплас уничтожил это посвящение.

После термидорианского переворота, когда, как пишет один биограф Лапласа, «революционные парады (высказывание «вечной

ненависти тиранам») были не по сезону», Лаплас старается обратить на себя внимание более мирными способами. Он предложил устроить депутацию к Совету пятисот с отчетом о рабочих Ин-та со времени его возникновения и стал во главе этой депутации.

Выдвинувшийся вскоре Наполеон чрезвычайно покровительствовал Лапласу. Лаплас пользовался его расположением все время консульства и империи.

Наполеон имел довольно хорошее математическое образование и любил, если так можно сказать, «играть в ученого». Он был членом Института, постоянно присутствовал на его заседаниях и покровительствовал Лагранжу, Монжу, Лапласу и многим другим ученым. Наполеон часто вел разговоры с этими учеными и уделял некоторое внимание религиозным спорам.

Быть может, любопытную черточку для этого времени, когда меркли принципы философии Просвещения, представляют те дебаты по поводу религии, которые иногда происходили в Институте. Один из немногих оставшихся в живых просветителей, ученик Гольбаха и Дидро, Нэжон<sup>1)</sup>, верный философии материалистов, вместе с Лаландом воевал против религии. На одном из заседаний Института Нэжон после споров воскликнул: «Клянусь, что бога нет, и требую, чтобы его имя никогда не упоминалось в этих стенах».

Сам Наполеон был, повидимому, религиозен, но вполне допускал всякие разговоры на эту тему. «Моя религия, — говорил как-

<sup>1)</sup> Нэжон—ученик Дидро и Гольбаха, „поп атеизма“.

то Наполеон в разговоре с атеистом Монжем, — проста; я гляжу на вселенную и убеждаюсь, что она не могла быть делом слепого случая, а сотворена каким-то неизвестным и всемогущим существом, настолько же превосходящим человека, насколько вселенная превосходит самые лучшие наши машины. Попробуйте-ка, Монж, с помощью ваших друзей—математиков и философов—пошатнуть мою религию». «Ваши друзья—математики и философы»—были Лагранж, Лаплас, Лаланд и другие, хотя нужно сказать, что ни Лаплас, ни Лагранж не афишировали своего атеизма.

Известен следующий анекдот о Лапласе. Наполеон, прочитав преподнесенную ему Лапласом его популярную книгу «Изложение системы мира», сказал Лапласу: «Ньютон в своей книге говорил о боге. Я уже просмотрел вашу — и не встретил в ней имени бога ни разу». На что Лаплас ответил: «Гражданин первый консул, в этой гипотезе я не нуждался». Был ли в действительности такой факт или нет, во всяком случае этот анекдот очень характерен и для взглядов Лапласа и для того времени<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Этот анекдот о Лапласе получил очень большое распространение. Защитники религии стремятся всячески опровергнуть этот анекдот, так как имя Лапласа достаточно авторитетно. Например, известный астроном, католик Фай, пишет, что если бы Лаплас действительно осмелился трактовать бога как гипотезу, то Наполеон не стал бы его слушать («lui aurait tourné le dos»). Он же ссылается на тот факт, что Лаплас, узнав незадолго до своей смерти, что этот анекдот находится в печата-

Наполеон чрезвычайно высоко ценил Лапласа как ученого и, кроме того, некоторое время возлагал на него надежды как на политического деятеля.

К перевороту 18 брюмера (когда Наполеон разогнал Совет пятисот и стал консулом) большинство членов Национального института отнеслось весьма сочувственно, и так как влияние «славного сословия ученых» на общественное мнение Франции было весьма велико, то это сочувствие явилось для Наполеона ценной поддержкой. На другой день после переворота Лаплас был назначен министром внутренних дел; как говорит историк Вандаль, «назначение Лапласа было долей барышей, предоставленной Институту».

Министерство внутренних дел ведало также всем, что касалось умственной жизни страны, и это назначение должно было укрепить мнение о Наполеоне, как о «покровителе наук», заботящемся об их свободном развитии.

Говорят, что Лаплас во время своего министерства, когда он думал, что его положе-

шемся сборнике биографий, протестовал против его помещения.

Ясно из предыдущего, что первое возражение не имеет силы. Что касается второго возражения, то, зная характер Лапласа и учитывая эпоху, нетрудно прийти к заключению, что этот протест не имеет никакого значения в вопросе о достоверности анекдота.

Возможно, что этот анекдот связан с работами Лапласа об устойчивости. Как мы увидим, Лаплас доказал устойчивость солнечной системы, в то время как Ньютон предполагал, что время от времени «божественная рука» восстанавливает порядок.

ние весьма прочно, позволял себе высказывать довольно «либеральные» взгляды.

Однако он пробыл министром очень недолгое время, за которое не сделал ничего сколько-нибудь существенного, и через 6 недель был заменен Люсьеном Бонапартом.

«Первоклассный геометр Лаплас, — писал впоследствии Наполеон, — вскоре заявил себя администратором более чем посредственным; первые его шаги на этом поприще убедили нас в том, что мы в нем обманулись. Замечательно, что ни один из вопросов практической жизни не представлялся Лапласу в его истинном свете. Он везде искал какие-то сублистности, мелочи, идеи его отличались загадочностью, и, наконец, он весь был проникнут духом бесконечно малых, который вносил в администрацию».

Отставка Лапласа была произведена таким образом, чтобы как можно меньше задеть его самолюбие. Бонапарт сделал его членом охранительного сената и обратился к нему со специальным письмом. «Услуги, которые вы призваны оказать республике, гражданин, выполнением возлагаемых на вас высокой важности функций, — писал Наполеон, — уменьшают мое сожаление об уходе вашем из министерства, где вы своею деятельностью завоевали общие симпатии».

Лаплас неохотно расстался с портфелем министра. Он даже предпринимал некоторые шаги для того, чтобы его удержать. Его честолюбие, которое не ограничивалось одной научной карьерой, было чрезвычайно польщено таким высоким постом.

Но и после того как Лаплас так неудачно проявил себя в роли министра, Наполеон не переменил к нему своего расположения. Постоянно во время своих походов Наполеон переписывается с Лапласом, выражает ему свое уважение и сожаление по поводу того, что не имеет времени прочесть его «Небесную механику» и «Теорию вероятностей». Он писал Лапласу даже во время своего похода в Россию — из Витебска.

В 1803 г. Наполеон сделал Лапласа вице-президентом сената, через месяц после этого канцлером, и еще через месяц Лаплас стал кавалером ордена почетного легиона.

Лаплас в свою очередь не пренебрегал случаем прислужиться. 4-й том его «Небесной механики», вышедший в 1802 г., посвящен Наполеону: «Гражданин первый консул, — пишет он, — вы позволили мне посвятить вам эту работу. Я очень польщен, и мне сладостно посвятить ее герою, умиротворителю Европы, которому Франция обязана своим процветанием, своим величием и самой блестящей эпохой своей славы, просвещенному покровителю наук, который... видит в их изучении источник самых благородных наслаждений и в их прогрессе — усовершенствование всех полезных искусств и всех общественных установлений. Пусть эта работа, посвященная самой прекрасной из естественных наук, будет долговечным памятником той признательности, которую вызывают ваше отношение и благодеяния правительства в тех, кто этими науками занимается».

А в 1805 г., после того как Наполеон сделался императором и уничтожались последние следы республиканского времени, Лаплас поспешил сделать в сенате заявление о восстановлении григорианского календаря и об уничтожении республиканского. Время, когда он клялся в вечной ненависти тиранам, было далеко.

В 1806 г. Наполеон сделал его графом империи.

Все эти почести, полученные им от Наполеона, не помешали Лапласу в 1814 г. одному из первых подать голос за низложение Наполеона и за учреждение временного правительства. Во время «ста дней» он не показывался на глаза Наполеону.

После реставрации Бурбонов Лаплас также пользовался всевозможными милостями. Людовик XVIII сделал его пэром Франции и пожаловал ему титул маркиза. В 1816 г. он был председателем комиссии по реорганизации политехнической школы; это было весьма почетное назначение ввиду совершенно исключительной роли, которую играла эта школа в то время. В 1817 г. он стал одним из 40 «бессмертных», т. е. членом Французской академии.

В палате пэров Лаплас произнес несколько речей.

В эту пору он при всяком удобном случае проявлял крайнюю реакционность. Он был так называемым ультра-роялистом и, говорят, старался афишировать свои якобы глубоко религиозные убеждения, чему, конечно, вряд ли кто верил.

Многие негодовали на него за это. «Господа, изучающие неорганизованную материю, бесконечно малые величины, алгебру и арифметику, — писал Сен-Симон, причисляя к этим «господам» в первую голову Лапласа, — кто дал вам право занимать теперь передовые научные позиции... Вы вынесли из нее (науки) только одно наблюдение, именно, что тот, кто льстит великим мира, пользуется их благосклонностью и щедротами».

В 1827 г. Лаплас отказался занять председательское место на собрании членов Института, обсуждавших обращение к Карлу X по поводу цензуры. Он не только не присоединился в этом отношении к решению остальных членов Института, протестовавших против введения закона о цензуре, но отдельно напечатал, что он не мог иметь мнения в Институте. Говорят, что болезнь, от которой он умер (он умер вскоре, в том же 1827 г.), была ухудшена теми насмешками, которым он подвергался в журналах по этому поводу.

Как пишет один из его биографов, Лаплас служит «совершенным образцом всех качеств, необходимых для придворного (courtisan)».

Но нельзя приписать все последовательные перемены взглядов Лапласа при каждом новом правительстве одним только личным качествам Лапласа. «Нет смысла обвинять в измене, — пишет Лафарг, — и называть перевертнями людей, которые пережили революцию и отвернулись от нее. Эти замечательные люди, может быть, предпочли бы остаться при политических и философских взглядах своей молодости, но они должны были

пожертвовать ими, чтобы не потерять средств к существованию и завоеванного положения и снискать милость остепенившейся буржуазии, и они заменили их политикой и философией, подходившей к ее материальным интересам и удовлетворявшей ее умственные запросы. К тому же они сами были буржуа; испытывая влияние окружавшей их социальной обстановки, они эволюционировали вместе со своим классом и могли совершить эту перемену безболезненным образом. Поэтому нечего предаваться моральному негодованию, а лучше анализировать те социальные причины, которые заставили их совершать такие резкие политические и умственные скачки». Одним из таких перевертней был отчасти и Лаплас.

И, кроме того, нужно помнить, что все выкладки Лапласа на политическое поприще имеют совершенно второстепенный характер. Главное дело его жизни, на которое были устремлены все его силы, была наука. И от этого своего дела он фактически не отрывался ни на минуту, и никакие политические события не влияли на его работу. Во время революции он начал писать «Небесную механику», которую кончил лишь при реставрации. В 1812 г. вышла его «Аналитическая теория вероятностей», в 1814 г. — «Опыт философии теории вероятностей». Его продуктивность и работоспособность изумительны; он работал вплоть до глубокой старости (он умер 78 лет).

Слава и авторитет Лапласа были громадны. В частности, своим авторитетом он задержал

распространение и признание волновой теории света, которой он был противником.

Вот история, рисующая влияние Лапласа. Пуансо (впоследствии крупный механик) в одной из своих ранних работ по механике, представленной на отзыв Лагранжу, писал: «Лагранж и Лаплас впервые...» В той области, которой занимался Пуансо, у Лапласа не было работ. Лагранж, удивленный упоминанием имени Лапласа в связи с вещами, которыми тот не занимался, спросил Пуансо, зачем он говорит о Лапласе. «Сначала я цитировал только ваше имя», — ответил Пуансо. — Я показывал первую редакцию своей работы одному своему другу. — Ты хочешь представить Академии, — сказал он мне, — мемуар по механике, не упоминая имени Лапласа? Ты не будешь оценен!»<sup>1)</sup>

В 1801 г. Лаплас был избран членом Королевского общества в Турине и Копенгагене. В 1802 г. он был причислен к членам Академии наук в Геттингене, в 1808 — Берлинской академии, в 1809 — Голландской академии.

Но много было также у Лапласа и недоброжелателей среди ученого мира. Так, например, тот же Пуансо дает характеристику отношения Лапласа к истине, очень злую и, быть может, остроумную, но совершенно несправедливую. «Никогда не видел ее (истину), разве только случайно. Она прячется от этого тщеславного человека, который говорит о ней только неясными словами. Однако вы видите

<sup>1)</sup> Эта история характеризует также характер Лапласа и Пуансо.



его пытающимся обернуть эту темноту в глупину, а своим затруднениям он придает благородный вид вынужденной заботы, как человек, который боится сказать о ней слишком много и разгласить общий с ней секрет, которого у него никогда не было».

Темные стороны характера Лапласа не ограничиваются одним прислужничеством к поддерживающим властям. Говорят, он очень завидовал Лагранжу, авторитет которого, хотя, быть может, и несколько меньший, чем Лапласа, все же был очень велик.

Вот что пишет Араго, отчасти ученик Лапласа, часто бывавший у него в доме: «Сын Лапласа приговаривался к экзамену в политехническую школу и иногда навещал меня в обсерватории. В одно из таких посещений я объяснил ему способ непрерывных дробей, посредством которого Лагранж определяет корни числовых уравнений. Молодому человеку понравился этот способ, и он с восторгом рассказал о нем отцу. Я никогда не забуду гнева отца при этих словах сына. Лаплас осыпал упреками его и меня. Никогда зависть не высказывалась так обнаженно и в таком отвратительном виде. — Ах, — сказал я самому себе, — древние справедливо приписывали слабости тому, кто движением бровей колебал Олимп».

Но к своим ученикам, да и вообще к ученым, в которых он не видел равных себе соперников, Лаплас относился очень хорошо и всячески покровительствовал им.

Био очень трогательно рассказывает о своих взаимоотношениях с Лапласом. Био,

еще начинающий ученый, показал одну из своих первых работ Лапласу. Тот одобрил ее и посоветовал представить в Институт. После того как Био с успехом прочитал свой мемуар, Лаплас показал ему одну старую свою рукопись, в которой были получены те же результаты. Таким образом, Лаплас отказался от своего приоритета в пользу Био.

В 1806 г. Лаплас поселился вблизи Парижа в доме, который находился рядом с домом его ближайшего друга, химика Бертолле. Здесь же было образовано частное научное «Аркельское общество» (по названию местности), в которое вошли Лаплас, Бертолле, Гумбольдт, Био, Гей-Люссак и многие другие.

Аркельский дом Лапласа был своего рода центром научной мысли. Сюда приходили математики, физики, химики, биологи (Шанталь, Кювье, например), приезжали иностранные ученые.

Лаплас был всегда окружен молодыми людьми, своими учениками. «Постоянно видел, — пишет один биограф, — как Лаплас направлял в догонку за истиной, которую он во что бы то ни стало хотел достигнуть, окружавшую его деятельную и горячую молодежь; она воспламенялась его умом, стремилась по его слову совершенствовать методы, способы или инструменты исследований и торопилась завоевывать новые факты».

Эта педагогическая деятельность Лапласа началась уже очень давно, и в Аркельском обществе она нашла, так сказать, свое оформление. Можно сказать, что Лаплас оставил

после себя целую школу астрономов и физиков. К этой школе принадлежат Пуассон, Араго, Био, Гей-Люссак. Известно, как много эта школа сделала в науке.

Лаплас был человеком очень широко образованным. Он был, повидимому, прекрасно знаком с историей, с философией, в особенности с английской философией XVII в. Так, например, он с большим уважением говорит о «мудром Локке», хотя и не останавливается перед критикой его рассуждений о чудесах. Известно также, что он обладал довольно обширными познаниями в химии и даже в биологии.

Помимо этого, у Лапласа была художественная жилка: он очень любил поэзию Расина, итальянскую музыку, живопись. До глубокой старости он сохранил свою прекрасную память и, говорят, наизусть цитировал многие страницы из Расина.

В личной жизни Лаплас был очень счастлив. По словам современников, его жена — красивая женщина, мягкого и живого характера — была чрезвычайно привязана к своему мужу и делала все возможное, чтобы создать обстановку, благоприятную для научных занятий Лапласа. У него было двое детей — дочь и сын, — впоследствии генерал Лаплас.

Во время болезни, от которой он умер, Лаплас бредил тем, что занимало его всю жизнь. Он очень горячо говорил о движении планет, о каком-то физическом опыте, которому приписывал большое значение. Говорят, последними его словами было: «То,

что мы знаем, так ничтожно по сравнению с тем, чего мы не знаем».

Лаплас умер после недолгой болезни, 5 марта 1827 г., 78 лет.

После него не осталось никаких записок, дневника или воспоминаний; замкнутый, сдержанный и холодноватый в житейском смысле, он все свои силы потратил на то, чем горел всю жизнь — на свою научную работу.

### III. МИРОВОЗЗРЕНИЕ ЛАПЛАСА

#### 1

Лаплас заканчивает своими работами период того гигантского развития механики Ньютона, которое было достигнуто благодаря трудам великих механиков XVIII в. «Потомство, вероятно, с благодарностью увидит, — говорит Лаплас, — что новейшие геометры не передали ему ни одного астрономического явления, не определив его законов и причины».

Вся жизнь Лапласа, вся его научная работа посвящена подтверждению закона всемирного тяготения, объяснению всех астрономических явлений одним законом тяготения. Ему удалось показать, что даже наиболее трудно поддававшиеся объяснению вопросы, на которые было потрачено много тщетных усилий предшествующими механиками и астрономами — неправильности в движении луны, Юпитера и Сатурна — являются прямым следствием закона тяготения. И их решение создало в нем глубочайшую уверенность в полной несомненности закона всемирного тяготения: «Когда я выяснил эти неравенства, — говорит он, — и определил с большим вни-

манием, чем это делалось до сих пор, те, которые были уже вычислены, я убедился, что все наблюдения, древние и современные, представляются моей теорией во всей их точности. Прежде они казались необъяснимыми законом всемирного тяготения; теперь же они служат одним из наиболее ярких его доказательств. Такова судьба этого блестящего открытия: всякое затруднение, которое тут возникало, превращалось в его торжество, и это является вернейшим признаком его соответствия действительной системе природы».

И этим торжествующим восхищением перед той цельной единообразной картиной астрономии, которую дает закон всемирного тяготения, проникнуты все труды Лапласа. Твердая уверенность в том, что закон тяготения есть истинный закон природы, объясняющий все явления астрономии, красной нитью проходит у него всюду. В этом заключается главная черта, сущность научного мировоззрения Лапласа; в этой уверенности он черпает силу и энтузиазм и то редкое упорство, с которым он занимался одними и теми же вопросами астрономии, пока не получал решения.

И Лаплас, истинный ньютоновец, устремивший главное свое внимание на подтверждение закона тяготения, вероятно, никогда особенно не вдумывался в те трудности, которые связаны с основными принципами механики Ньютона, — трудности, которые с полной отчетливостью были сформулированы толь-

ко Эйнштейном и которые, однако, ясно чувствовались самим Ньютоном.

Характерно для Лапласа, неограниченно уверенного в справедливости закона тяготения, последнего из механиков XVIII в., что он совершенно равнодушен к тому «механическому» в духе Декарта объяснению силы тяготения, которое так волновало умы в первую половину XVIII в., в эпоху борьбы ньютоновства с картезианством. Лаплас слишком осторожен, чтобы утверждать, что сила тяготения есть свойство, присущее телам и не требующее объяснения; но объяснимо оно «механически» или нет,—это его не трогает. «Начало всемирного тяготения, — говорит он, — есть ли первоначальный закон природы или только общее действие неизвестной причины?.. Вместо того, чтобы строить по этому поводу гипотезы, ограничимся ближайшим рассмотрением способа употребления начала тяжести геометрами». И дальше Лаплас рассказывает, как силой тяготения объяснялись небесные движения.

Естественно возникло желание объяснить все явления физики по образу и подобию астрономии. «Математическая физика, — пишет Пуанкаре <sup>1)</sup>, — родилась из небесной механики: эта последняя произвела ее в конце XVIII в., в ту пору, когда сама только что достигла полного развития. В течение первых

<sup>1)</sup> Анри Пуанкаре (1854—1912)—гениальный математик. Широкой публике больше известен как популяризатор и философ. Его философские взгляды не отличались последовательностью, но в общем примыкали к взглядам Э. Маха. См. *Ленин, Материализм и эмпириокритицизм*, глава V.

лет дитя поразительно походило на мать. Астрономическая вселенная состоит из масс, без сомнения очень значительных, но разделенных столь огромными расстояниями, что нам они представляются просто материальными точками; эти точки притягивают друг друга обратно-пропорционально квадрату расстояния, и это притяжение есть единственная сила, влияющая на их движения. Но если бы наши чувства были достаточно утончены для того, чтобы показать нам все подробности тел, изучаемых физиком, то зрелище, которое открывалось бы нам здесь, было бы едва отлично от созерцаемого астрономами. И здесь бы мы увидели материальные точки, отделенные друг от друга расстояниями, огромными по сравнению с их размерами, описывающие орбиты согласно определенным законам. Эти чрезвычайно малые звезды — не что иное, как атомы. Как настоящие звезды, они притягиваются или отталкиваются между собой, и это притяжение или отталкивание, направленное по прямой, их соединяющей, зависит только от расстояния. Закон, согласно которому эта сила меняется в зависимости от расстояния, быть может, не есть закон Ньютона, но он аналогичен ему; вместо показателя степени 2 мы имеем здесь, вероятно, другой показатель, и от этой-то перемены показателя происходит все разнообразие физических явлений, обилие качеств и ощущений, весь красочный и звучащий мир, окружающий нас — словом, вся природа. Таково первоначальное представление во всей его чистоте. Остается лишь ис-

кать в различных случаях, какое значение следует приписать показателю степени, чтобы дать отчет во всех фактах. По этому образцу построил Лаплас свою изящную теорию капиллярности; он рассматривает ее просто как частный случай притяжения, или, как он говорит, всемирного тяготения, и никто не изумляется, находя ее посередине одного из пяти томов «Небесной механики».

Лаплас весь проникнут тем взглядом, что вся физика аналогична астрономии, представляет ее несколько видоизмененный слепок. Химия не составляла исключения из этого общего правила. В книге друга Лапласа — Бертолле «Опыт химической статистики», которая по свидетельству современников написана при участии Лапласа, мы читаем: «Все силы, порождающие химические явления, производятся взаимным притяжением молекул вещества; притяжение это названо сродством, чтобы отличить его от притяжения астрономического».

«Все земные феномены, — говорит Лаплас, — зависят от этого рода сил, как небесные явления зависят от всемирного тяготения. Их рассмотрение, мне кажется, должно быть теперь главным предметом теоретической физики».

Лаплас не только объяснял простое преломление света притяжением частиц света частицами материи, но даже создал теорию двойного лучепреломления, основанную на особом законе притяжения.

«Явления двойного преломления и абберрации звезд придают, мне кажется, — писал Лап-

лас, — эмиссионной теории света, если не полную достоверность, то по меньшей мере величайшую вероятность. Явления эти необъяснимы при помощи допущения волн...» Лаплас до конца жизни держался корпускулярной теории света, даже тогда, когда волновая теория, благодаря работам Юнга и Френеля, торжествовала свою победу. Известно, что Лаплас не мог говорить о волновой теории света без презрительного раздражения и прилагал все усилия, чтобы своим авторитетом задержать ее признание <sup>1)</sup>. В волновой теории света не было бы места взаимному притяжению частиц.

Это механическое мировоззрение XVIII и начала XIX вв., ярким представителем которого был Лаплас, отлично от механических концепций Декарта. Как мы уже говорили, для картезианцев все явления мира должны были быть сведены к материи (которая отождествлялась с пространством) и движению; только непосредственное соприкосновение тела с другими движущимися телами может изменить его движение; поэтому всякая сила — тяготение, например, по картезианским взглядам — должна быть объяснена движением материи. Сила есть не решение, а проблема, которую нужно решить.

Это — механическое мировоззрение во всей его чистоте.

---

<sup>1)</sup> Повидимому, он не пренебрегал и другими средствами, так как имеются сведения, что задержка в печатании некоторых мемуаров Френеля произошла не без участия Лапласа.

Механическое мировоззрение XVIII и начала XIX вв. после успехов ньютоновой физики уже, если так можно выразиться, несколько «загрязнено». Физическая проблема считается решенной, если все сведено к движению частиц (или тел) и к силам их взаимодействия, причем под этими силами взаимодействия разумелись силы, аналогичные тяготению, т. е. силы мгновенного дальнего действия. Это, так сказать, «компромиссное» механическое мировоззрение — физика центральных сил. К наглядным представлениям Декарта («пространство и движение») присовокупляется сила — необъяснимое изначальное понятие.

Как мы уже говорили, во Франции XVIII в. вместе с ньютонианством восторжествовал и эмпиризм. Опыт, чистое наблюдение, метод индукции были провозглашены единственными путями к истине. Знаменитые слова Ньютона: «гипотез я не измышляю» — были сегодого времени. Великий Лавуазье писал: «Гипотеза есть яд разума и чума философии; можно делать только те заключения и построения, которые непосредственно вытекают из опыта». Эта недооценка значения элементов рационализма в научном исследовании, недооценка роли гипотезы — очень характерна для XVIII в.

Лаплас в ряде мест говорит о методе индукции, являясь горячим сторонником этого, по его словам, «истинного философского метода». Рационалистические идеи Декарта, игнорирующие опыт, Лаплас рассматривает как пустые фантазии, хотя и признает за ни-

ми историческое значение. «Декарт,—пишет он,—заменял древние заблуждения новыми, более привлекательными, и, поддерживаемый всем авторитетом его геометрических трудов, уничтожил влияние Аристотеля, которое едва ли поколебалось более разумною философией. Английские ученые, современники Ньютона, приняли по его примеру метод индукции, который стал основой большого количества превосходных работ по физике и по анализу. Философы древности, следуя противоположному пути и ставя себя у источника всего, придумывали общие причины для того, чтобы все объяснить. Их метод, который породил лишь бесплодные системы, имел не больше успеха в руках Декарта... Наконец, ненужность гипотез, им<sup>1)</sup> порожденных, и прогресс, которым науки обязаны методу индукции, привели умы к этому методу, который канцлер Бекон установил со всей силой ума и красноречия и Ньютон еще сильнее зарекомендовал своими открытиями».

«Ни один геометр,—говорит Араго,—так решительно не остерегался духа гипотез, как Лаплас». Только один раз Лаплас изменил этому и «подобно Кеплеру, Декарту, Лейбницу и Бюффону вступил в область гипотез, относящихся к космогонии».

Но нужно сказать, что фактически ученые XVIII в. на деле, конечно, пользовались гипотезами, но либо не отдавая себе в этом отчета, либо со всевозможными оговорками.

---

1) Т. е. рационалистическим методом.

В облике Лапласа как ученого прежде всего бросается в глаза, что он — естествоиспытатель, а не математик. Во всех вопросах Лаплас прежде всего видит физический факт, то, что это есть явление природы, а не математическую сторону дела. В своем похвальном слове (Eloge) Лапласу, Пуассон, сравнивая характер умов Лагранжа и Лапласа, говорит: «Был ли то вопрос либрации луны или проблема теории чисел, Лагранж по большей части видел лишь математическую сторону дела; поэтому он придавал большое значение элегантности формул и общности методов. Для Лапласа, наоборот, математический анализ был орудием, которое он приспособлял к самым разнообразным применениям, но подчиняя всегда данный специальный метод сущности вопроса. Быть может, потомство скажет, что один был великий геометр, а второй — великий философ, который стремился познать природу, заставляя служить ей самую высокую математику».

Отпечаток того, что главный интерес Лапласа направлен именно на физическую сторону каждого вопроса, лежит на всех его работах. Лаплас не заботился о длиннотах вычисления или красоте и симметрии формул.

В своих «Лекциях в нормальной школе» Лаплас, говоря о тщетных попытках решить в радикалах алгебраические уравнения выше четвертой степени, прибавляет: «Впрочем, то, что должно утешать в малом успехе этих исследований, так это то, что такое полное решение уравнений, хотя и прекрасное само по себе, было бы мало пригодно в приложе-

ниях анализа, для которых всегда удобнее пользоваться приближениями».

Это отношение Лапласа к математике не помешало ему оставить в ней глубокие следы. Он обладал крупнейшим чисто математическим дарованием, и часто его методы гораздо сильнее, чем это нужно для данного вопроса, для данного изучаемого им явления природы. Физическое чутье, здравый физический смысл соединяются у Лапласа с талантом теоретика-математика.

Нельзя сказать, что Лаплас является создателем целой эпохи в науке, как Ньютон, например. По существу он не внес в науку никаких новых принципов, новых точек зрения. Но в смысле углубления, завершения отраслей науки творчество его необычайно. Фурье в своем «Похвальном слове Лапласу» говорит: «Нельзя утверждать, что он создал целую новую науку, как Архимед и Галилей; что он дал математическим доктринам новые оригинальные принципы грандиозного значения, как Декарт, Ньютон и Лейбниц; или что он подобен Ньютону, который первый перенес в небеса и распространил на всю вселенную земную механику Галилея. Но Лаплас был рожден для того, чтобы все углублять, отодвигать все границы, чтобы решать то, что казалось неразрешимым. Он окончил бы науку о небе, если бы эта наука могла быть окончена».

И действительно, Лаплас в известном смысле заканчивает классическую небесную механику и теорию вероятностей; в небесной механике он главное внимание уделял имен-



но тем проблемам, которые не поддавались усилиям его предшественников. Упорство, с которым он отыскивал решение интересовавшей его проблемы, невероятно. Это признавали даже его недоброжелатели. Так, например, Пуансо, о котором у нас уже шла речь, говорит, что Лаплас «вырывал это решение ногтями и зубами».

## 2

Философские взгляды Лапласа, его взгляды на общество и на историю слово в слово повторяют взгляды просветителей XVIII в. Они у него нигде не изложены в систематической форме. Однако им посвящено большое количество замечаний в «Изложении системы мира», в «Небесной механике» и в особенности в «Опыте философии теории вероятностей» (1-й и 2-й варианты).

Мы остановимся на этих взглядах, хотя они в мировоззрении самого Лапласа, повидимому, играли второстепенную роль, так как он был прежде всего ученый, физик, математик. Мы увидим, насколько философия Просвещения гармонировала с физическим мировоззрением Лапласа.

Так же, как и материалисты XVIII в., Лаплас проникнут механическим детерминизмом. «В вихре пыли, поднятом сильным ветром, — говорит Гольбах, — каким бы беспорядочным он нам ни казался в самую ужасную бурю, вызванную противоборством ветров и производящую наводнение, нет ни одной частицы пыли или воды, которая неслась бы

как попало, не имела бы достаточной причины для занятия именно того места, где она находится, и не действовала бы строгим образом именно так, как она должна действовать». «Кривая, описанная простою молекулой воздуха или пара, — говорит Лаплас, — определена так же точно, как и орбиты планет: разницу между ними делает только наше незнание». Лапласовская формулировка механического детерминизма стала классической, а «лапласовский разум» — нарицательным. «Ум, — говорит Лаплас, — которому были бы известны для какого-либо данного момента все силы, одушевляющие природу, и относительное положение всех ее составных частей, если бы вдобавок он оказался достаточно обширным, чтобы подчинить эти данные анализу, — обнял бы в одной формуле движения величайших тел вселенной наравне с движениями легчайших атомов: не осталось бы ничего, что было бы для него недоступно, и будущее, так же как и прошедшее, предстало бы перед его взором».

Мы уже говорили что для просветителей причинное объяснение общественных явлений было недоступно, хотя они и проповедовали полный детерминизм. Теория вероятностей занимается анализом случайных явлений, которые тогда определялись как такие, причин которых мы не знаем. Естественно, что подходящим инструментом для анализа общественных явлений должна была казаться просветителям теория вероятностей. Кондорсе прилагал теорию вероятностей к анализу общественных явлений и пытался дать

с ее помощью проект наиболее рационального устройства некоторых общественных учреждений — например, судов. Лаплас развил дальше дело Кондорсе. У него даже есть места, заставляющие думать, что он предполагал возможным подчинить всю совокупность социальных явлений теории вероятностей. Нам сейчас ясна ограниченность методов математической статистики; это — ценное вспомогательное орудие, но не больше; она не может заменить причинного изучения социальных явлений.

Однако на ряду с таким подходом к изучению общественных явлений Лаплас очень часто говорит о «вечных принципах разума, справедливости и гуманности» и о «просвещении».

Просветители утверждали существование вечных и неизменных нравственных законов, которые основаны на согласовании личного и общественного интереса, причем, по Гольбаху, «первая из социальных добродетелей есть человечность». Лаплас пишет: «Правда, справедливость, человечность — вот вечные законы социального порядка, которые основываются исключительно на истинных взаимоотношениях человека с себе подобными и с природой; для поддержания социального порядка они так же необходимы, как и всемирное тяготение для существования порядка в физике».

Особенно удивительно читать такие слова в «Опыте философии теории вероятностей», книге, вышедшей в 1814 г., когда философия Просвещения — некогда орудие борьбы ре-

волюционной буржуазии — уже сдавалась в архив.

Лаплас — материалист, в том смысле, что он признает наличие внешнего материального мира, существующего независимо от нашего сознания, и утверждает, что сведения об этом мире мы получаем благодаря нашим органам чувств. Однако по вопросу о познании этого внешнего мира Лаплас придерживается метафизической точки зрения. Он противопоставляет свойства предмета — его отношения к другим предметам — и «истинную» сущность предмета, внешние причины явлений — внутренним «изначальным» причинам. По Лапласу, «изначальные причины и внутренняя природа вещей нам останутся навсегда неизвестными»; природа силы, «этой особой сущности, из-за которой тело переносится из одного места в другое, есть и останется навсегда неизвестною». Постепенный прогресс науки касается лишь «явлений природы», которые, по Лапласу, «оказываются не чем другим, как математическими следствиями небольшого числа неизменных законов».

В этом фундаментальном вопросе о познаваемости внешнего мира Лаплас занимает промежуточную позицию между Гольбахом и Даламбером, ближе к Гольбаху. У Гольбаха есть высказывания о непознаваемой природе вещей, подобные тем, которые мы находим у Лапласа; однако он со всей решительностью говорит, что «материя без свойств была бы чистым ничто»; у него есть ряд утверждений, заставляющих думать, что

он скорей говорит об ограниченности нашего знания, а не о принципиальной непознаваемости. Даламбер признавал существование внешнего мира, утверждая, однако, что мы познаем только отношения и что сущность вещей непознаваема.

Однако Лаплас не идет за Даламбером дальше, когда тот утверждает существование другой субстанции, кроме материи — духа, который необходим Даламберу, так как он не признавал чувствительности материи. В этом отношении высказывания Лапласа отчетливо материалистические. «На границе видимой физиологии начинается другая физиология, явления которой, гораздо более разнообразнее, чем явления первой, подчинены, подобно им, законам, знать которые весьма важно. Эта физиология, которую мы обозначим именем «психология», является, без сомнения, продолжением физиологии видимой. Нервы, волокна которых теряются в мозговом веществе, распространяют по нему впечатления, полученные нами от внешних предметов, и оставляют в нем постоянные впечатления, которые изменяют неизвестным нам образом сенсориум или местопребывание мысли».

В своем отношении к религии Лаплас полностью примыкает к материалистам-атеистам XVIII в. Своего атеизма он нигде не высказывает в абсолютно категорической форме, но он во многих местах виден у него совершенно ясно; нигде в его трудах нельзя найти даже какого-нибудь намека на деизм.

Рассказывая о том, как Лейбниц и Даниил Бернулли некоторыми спекуляциями старались математически обосновать акт творения, Лаплас говорит: «Я упоминаю об этой черте для того только, чтобы показать, до какой степени предрассудки детства могут вводить в заблуждение самых великих людей».

Гольбах критиковал религиозные воззрения Ньютона, французские материалисты вообще обратили ньютонову физику — в противоположность ее создателю — против религии. И для Лапласа все религиозные построения Ньютона были лишь прискорбным зрелищем того, что великий геометр оставил свои занятия математическими науками «как к ущербу этих наук, так и собственной славы».

Во все свои взгляды Лаплас вносит тот упрощенный механический подход, который так характерен для XVIII в.

В попытке набросать научную психологию, которая была сделана Лапласом в его «Опыте философии теории вероятностей» (его рассуждения о сенсориуме) мы имеем ряд мест, где он довольно грубо и наивно переносит законы механики в область психологии. «Колебания в сенсориуме, — пишет он, — должны быть, как и все движения, подчинены законам динамики, что и подтверждено опытом... Сложные идеи образуются из простых, как морской прилив образуется из частичных приливов, вызываемых солнцем и луной. Колебание между противоположными побуждениями есть равновесие равных сил. Внезапные изменения, производимые в сенсориуме

ме, испытывают сопротивление, которое и материальная система противопоставляет подобным изменениям». «Почти все сравнения, почерпаемые нами из материальных предметов для того, чтобы сделать ощутимыми вещи интеллектуальные, представляют в сущности тождества». Подобные же вещи можно встретить и у философов-материалистов.

Радостная уверенность в торжестве знания у Лапласа так характерна для мыслителя конца XVIII в. Весь дух и строй его мыслей носит отпечаток оптимизма, гордости обладателя стройной и законченной картины мира, построенной на твердой почве опыта.

Таким образом, в своем мировоззрении Лаплас — чистейшее порождение эпохи Просвещения. Читая некоторые места в «Опыте философии теории вероятностей» и в «Изложении системы мира», трудно отказаться от мысли, что читаешь одного из великих французских материалистов XVIII в.: тот же механический материализм, те же «разум и природа», а иногда почти такие же резкие выпады против религии. Но есть область, в которой он, если и не выходит за рамки своего века, то во всяком случае идет вместе с теми тенденциями своего времени, у которых было большое будущее. Именно, у Лапласа — ясное понимание идей эволюции в природе, хотя и нет, повидимому, какого-нибудь представления о развитии общества, об историческом процессе. Но к этому мы еще вернемся.

Скажем в заключение несколько слов о судьбе механического мировоззрения и судьбе материализма XVIII в.

Незадолго до смерти Лапласа эфир — «тонкое вещество» Декарта, — сданный было в архив, вновь получил права гражданства. Как мы уже упоминали, Юнг и Френель выступили со своей волновой теорией света, рассматривая свет как движение, колебание эфира. Корпускулярная теория света не могла справиться с явлениями интерференции и дифракции и была быстро вытеснена волновой теорией. Механическое мировоззрение разветвилось на два течения: одно, — может быть, наиболее ясно сформулированное Лапласом, — физику сил дальнего действия и другое, приближающееся к картезианским воззрениям, — физику эфира.

Развивающееся учение об электромагнитных явлениях требовало теоретического объяснения. Французская школа (Лаплас, Био, Ампер) долгое время обходилась силами дальнего действия. Однако вскоре Фарадей выдвигает в учении об электромагнитных явлениях на первый план роль среды, «напряжений в эфире». По Фарадею, «материя не может действовать там, где ее нет».

Постепенно силы дальнего действия начинают изгоняться из электромагнетизма. Окончательный удар лапласовской концепции электромагнитных явлений нанесли опыты Герца, доказавшие, что электромагнитные процессы требуют времени для своего распространения и что свет является электромагнитным явлением.

Однако задолго до опытов Герца вопрос о механическом истолковании в этой области ставился в смысле картезианского истолкования; было ясно видно, что программа Лапласа — все объяснить силами дальнего действия — потерпела крушение.

В середине XIX в. открытие закона сохранения энергии, казалось, непоколебимо упрочило механический взгляд на мир. Физики считали, что все виды энергии в конечном счете имеют механическую природу и что процессы в конечном счете сводятся к простым механическим перемещениям. Успехи кинетической теории газов также, казалось, подтверждали механическое мировоззрение.

Однако развитие физики пошло иным путем. Электромагнетизм, который послужил камнем преткновения для физики дальнего действия, не поддавался и объяснению на основе механики эфира.

В течение ряда десятилетий наиболее выдающиеся физики неутомимо трудились над механическим объяснением электромагнетизма. Однако все эти попытки потерпели неудачу. Нельзя сказать, чтобы все эти попытки были совершенно бесплодны. Известно, что Максвелл создал свою теорию электромагнитных явлений в известной мере руководясь механическими аналогиями. Однако полученные таким образом «уравнения Максвелла» не смогли быть объяснены механически. Механические конструкции сыграли здесь только роль лесов при построении здания.

В начале XX в. ученые постепенно убеждаются в принципиальной невозможности ме-

ханического объяснения всех физических явлений.

Знаменитый Кельвин говорит: «С большим сожалением я оставляю идею, что одной конфигурации и движения для этого (для объяснения всех свойств материи) достаточно».

Механическое мировоззрение, сыграв большую роль и оказав огромные услуги науке, в настоящее время является явно непригодным в качестве фундамента всего естествознания; мы видели, что даже физика переросла это мировоззрение, не говоря уже о химии и биологии.

Более того, мы знаем теперь, что движения в микрокосмосе — в атомах и молекулах — определяются иными законами, чем те, которые были известны старой механике.

Материалисты XVIII в. распространяли свое механическое мировоззрение далеко за пределы точного естествознания: уж не говоря о физике и химии, биология, психология, общественная жизнь, — одним словом, вся действительность, — все может быть с их точки зрения объяснено, выведено из механики атомов, хотя это и представляло бы большие технические трудности.

Фактически, конечно, подобное сведение осталось только одним благим пожеланием.

Не говоря уже о сведении биологии к механике, не удастся и полное сведение биологии к физике и химии; точно так же и все попытки сведения общественной жизни к биологии постигла полная неудача.

Можно ли видеть причину неудачи всех этих попыток свести сложное к простому (физику

и химию — к механике, биологию — к физике и химии и т. д.) лишь в трудностях, которые мы не можем преодолеть при современном состоянии науки?

Вопрос относительно сведения сложного к простому ставится не только по отношению к механике, но и в более широком смысле: допустим, что нам не удастся свести все явления действительности к механике, но может быть нам удастся все свести к механике, физике и химии? Природа в процессе развития переходит от более простых форм к более сложным (от неорганического к органическому, от элементарной жизни животных к сложной структуре человеческого общества), и вопрос, о котором мы говорим, можно сформулировать еще так: законы более сложных форм можно ли полностью свести к законам более простых форм (законы биологии к законам физики и химии и т. д.), или в процессе развития возникают новые формы, новые закономерности, которые не исчерпываются старыми?

В отличие от механического материализма XVIII в. диалектический материализм утверждает, что такое сведение невозможно не только потому, что оно нам технически недоступно, но невозможно принципиально: в более сложных формах возникают новые специфические свойства, новые специфические законы. Законы общественного развития, например, не содержатся в физиологии и психологии отдельных индивидуумов: это — специфические законы, присущие обществу как целому.

Законы более простых (побочных) форм не перестают, конечно, быть справедливыми (например, физико-химические законы в биологии), но они отступают перед специфическими законами сложной (основной) формы.

«Исключительное применение мерила механики, — пишет Энгельс, — к явлениям, природа которых — химическая и органическая, к явлениям, в которых законы механики, конечно, продолжают действовать, но оттесняются на задний план другими, высшими законами, составляет... для своего времени неизбежную ограниченность классического французского материализма».

Скажем еще несколько слов о судьбе эмпиризма и метода индукции.

Эмпиризм в свое время (XVI—XVIII вв.) сыграл большую положительную роль. Он боролся против пустых рационалистических построений, против бесплодных спекуляций, выставил опыт, наблюдение как основы всякого научного исследования. Эмпиризм, так сказать, вымел весь рационалистический мусор; но в то же время он не заметил, что вместе с мусором выбросил и ценные вещи.

Чистый эмпиризм без теоретической обработки совершенно бессилён вывести из отдельных разрозненных фактов общие положения, общие законы. Он не может разобратся в эмпирическом материале, осмыслить его. «Чисто эмпирического исследования не существует, — говорил известный химик Либих, — опыт, не связанный наперед с теорией или идеей, так же похож на исследование, как трещотка на музыку».

Диалектический материализм тоже исходит из опыта, он эмпиричен в своей основе. Но, в противоположность «вульгарному» эмпиризму, смотревшему на всякий рационализм, на гипотезы, как на «яд разумения и чуму философии», диалектический материализм требует рациональной обработки данных опыта. Метод диалектического материализма есть сочетание эмпиризма и рационализма.

Метод индукции и до сих пор сохранил свое значение: диалектический метод включает в себя индуктивный. Но одного индуктивного метода далеко не достаточно для изучения природы.

Индуктивный метод изучал природу в ее неизменности. Исследование природы в ее развитии ему было недоступно. Только диалектический метод может рассматривать и изучать смену различных форм, процессы развития.

Метод индукции разлагал явления, сводил сложное к простому. Мы знаем теперь, что помимо такого разложения необходимо исследование явления в целом, потому что при сведении к более простому мы можем уничтожить специфические законы высшей формы.

Диалектический материализм решает спор между рационализмом и эмпиризмом, кладя в основу теории познания человеческую практику. Он изменяет «целевую установку» науки, утверждая, что задача науки заключается не только в объяснении мира, но и в его изменении, не только в объяснении природы, но и в покорении ее.

## IV. НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА

### 1. Теория движения планет

Основываясь на наблюдениях Тихо Браге, Кеплер открыл законы движения планет. Путем утомительных и остроумных вычислений, он обнаружил, что круги не представляют сколько-нибудь точно планетные орбиты. Круг, идеальная кривая древних геометров, был отвергнут, и вместо круга в астрономии стал господствовать *эллипс*.

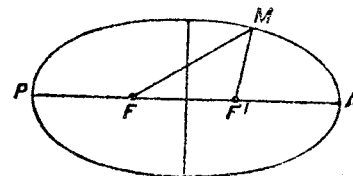


Рис. 1. Эллипс

Эллипс — более сложная кривая, чем круг. Круг — это геометрическое место точек, расстояние которых от одной точки, называемой центром, является постоянной величиной. Эллипс — это геометрическое место точек, сумма расстояний которых от двух точек,



называемых *фокусами*, является постоянной величиной. Эллипс изображен на рис. 1, причем  $F, F'$ —фокусы: для всех точек эллипса сумма  $FM + F'M$ —одна и та же.

Если мы соединим фокусы  $F$  и  $F'$  прямой, то расстояние  $PA = 2a$  носит название *большой оси эллипса*,  $FF' = 2c$ —*междуфокусного расстояния*. Отношение  $\frac{c}{a} = e$  называется

*эксцентриситетом* эллипса и характеризует вытянутость эллипса: чем меньше  $e$ , тем ближе эллипс к кругу.

Первый закон Кеплера гласит: *каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится солнце*.

Еще раньше, когда он думал, что планеты движутся по кругам, но только солнце не находится в их центре, Кеплер обратил внимание на то, что, чем планета ближе к солнцу, тем она быстрее движется, а чем дальше—тем медленнее. Количественно это изменение скорости при обращении планеты ему удалось затем выразить в так называемом втором законе Кеплера, который говорит, что *радиус-вектор, проведенный от солнца к планете, в равные промежутки времени описывает равные площади*.

Этот «закон площадей» наглядно изображен на рис. 2.<sup>1)</sup> (Радиусом-вектором называется отрезок прямой, соединяющий солнце и планету. Наименьшая величина радиуса-вектора бывает, когда планета находится в точке  $P$

в так называемом «*перигелии*», наибольшая—когда она находится в точке  $A$  в так называемом «*афелии*». Линия  $AP$  носит название «*линии апсид*»).

Третий закон—«*отношение квадрата времени обращения к кубу большой полуоси является одним и тем же для всех планет*»—завершил почти семнадцатилетнюю работу Кеплера над наблюдениями Тихо Браге.

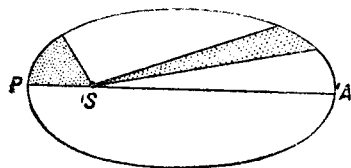


Рис. 2. Закон площадей

Этими законами давался с очень большой степенью точности ответ на вопрос, каково движение планет. Однако ответ был чисто описательный или, как говорят, «кинематический»: отсюда было еще далеко до причинного «динамического» объяснения этого движения.

Сам Кеплер чувствовал, что его законы представляют основу для нахождения причин планетных движений. «Навострите уши физики, — пишет он, — ведь здесь предпринимается замысел насчет вторжения в вашу область». Незнание закона инерции не позволило ему сделать разумные шаги в этом направлении: он предполагал, что силы, заставляющие планеты двигаться по орбитам, направлены вдоль орбит.

<sup>1)</sup> Заштрихованные площади описаны в одинаковые промежутки времени.

Кеплер умер до появления работ Галилея. Но даже Галилей, создатель земной динамики, все еще рассматривал небесные движения как кинематическую задачу. И только Ньютону удалось открытием всемирного тяготения и точной формулировкой законов динамики дать астрономии другое направление.

Основателем небесной механики является Ньютон. Однако даже гения и изумительной работоспособности Ньютона нехватило на создание того, что мы теперь называем небесной механикой. Его «Начала» являются лишь удивительным эскизом того грандиозного здания, которое было на них построено Эйлером, Клеро, Лагранжем и Лапласом.

Кроме Ньютона, закон тяготения вывели из законов Кеплера Гук, Галлей и некоторые другие ученые. После установления Гюйгенсом формулы центробежной силы это, может быть, и не так трудно было сделать. Неизмеримо труднее было доказать, что под действием силы, обратно-пропорциональной квадрату расстояния, тело описывает коническое сечение. Может быть, еще большая сила мысли понадобилась для того, чтобы утверждать, что каждая частица материи притягивает другую по закону обратных квадратов. Это как раз то, что особенно было не по вкусу современникам Ньютона и что сделало его создателем небесной механики и родоначальником целого мировоззрения.

Применение этой идеи доставило ему ряд быстрых и блестящих успехов. Особенно удивительно его объяснение так называемого предварения равноденствия. Это явление за-

ключается в том, что ось вращения земли при ее движении вокруг солнца не остается параллельной сама себе, а медленно описывает в 26.000 лет некоторый конус вокруг перпендикуляра, восстановленного к эклиптике, т. е. к плоскости земной орбиты. Ньютон объяснил это явление сплюснутостью земного шара — точнее, действием солнца и луны на экваториальную выпуклость земли.

Однако как раз эта же идея всеобщего притяжения явилась источником колоссальных трудностей, которые открылись в небесной механике. Если каждая мельчайшая частица притягивается всеми другими и сама их притягивает, то какое необычайное количество факторов нужно учесть при исследовании всякого движения! К счастью астрономов, в солнечной системе есть тело, действие которого является решающим и масса которого несравненно превосходит массы всех планет вместе взятых — именно солнце. Однако остальные тела нашей системы все же притягивают друг друга, и это возмущающее действие искажает те идеальные эллипсы Кеплера, которые описывали бы планеты под действием одного только солнца. Эти возмущения очень многочисленны и с очень большим трудом поддаются математическому анализу.

Как известно, Ньютон изобрел также тот математический аппарат, который был необходим для развития его небесной механики и который имел тесное внутреннее сродство с основной идеей ньютоновой физики — с идеей необходимой связи между данным со-

стоянием мира и состоянием, непосредственно следующим за ним. Это обстоятельство, конечно, не противоречит тому, что во времена Ньютона этот новый аппарат — дифференциальное и интегральное исчисления — еще находился в младенческом состоянии.

Однако Ньютон из этого несовершенного анализа ухитрился извлекать замечательные выгоды. Для многих трудных задач он придумывал фиктивные модели, отражавшие все существенные черты рассматриваемого явления и доступные тем средствам, которые были в его распоряжении. Такой способ действия мы теперь бы назвали «храбрым»; однако его интуиция была несравненна, и он почти никогда не ошибался.

Уже Ньютону пришлось иметь дело со знаменитой задачей, которая была впоследствии названа «задачей о трех телах», и он применял найденные им результаты к движению луны под действием земли и солнца. Судя по некоторым намекам, ему о ней было известно больше, чем дано в «Началах», и, по видимому, он нашел те немногие частные случаи, когда можно решить эту задачу до конца. Эти случаи были потом вновь переткрыты Лагранжем спустя почти сто лет.

Ньютон не рассматривал возмущенное движение планет за исключением, может быть, одного раза, когда он попытался мимоходом объяснить неправильности в движениях Юпитера и Сатурна; однако его заключения по этому поводу были ошибочны.

После Ньютона первым Эйлер принялся за разработку небесной механики. В июле

1747 г. он представил Академии свою работу о движении Юпитера и Сатурна. По свидетельству Лапласа, именно к этой работе относятся первые изыскания о возмущениях планетных движений.

Прежде чем идти дальше, объясним некоторые термины небесной механики, которыми неизбежно придется пользоваться.

Начнем с общего понятия о *системе координат*, о той системе отсчета, относительно которой мы определяем положение тех или других предметов.

Предположим, что нам нужно определить положение точки на плоскости. Для этого мы прежде всего выбираем какие-нибудь две взаимно-перпендикулярные прямые — «оси координат». Если мы будем знать расстояния от этих двух заданных прямых (ее «координаты»), то тем самым положение точки будет определено.

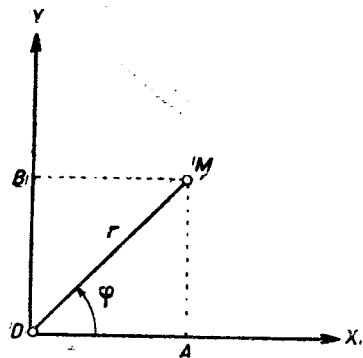


Рис. 3. Система координат на плоскости

На рис. 3  $OA=x$  и  $OB=y$ —координаты точки  $M$ . Можно также не задавать расстояний точки  $M$  от прямых  $OX$  и  $OY$ , а задать, например, расстояние точки  $M$  от  $O$  и угол  $\varphi$  между  $OX$  и  $OM$ . Координаты точки  $M$  в этом случае будут  $r$  и  $\varphi$ .

В пространстве положение точки определяется расстоянием ее от трех взаимно перпендикулярных плоскостей. Можно также вместо расстояний от трех плоскостей задать расстояние точки  $M$  от точки  $O$  и углы  $\psi$  и  $\varphi$ , указанные на рис. 4. Тогда координаты точки будут  $r$ ,  $\psi$ ,  $\varphi$ .

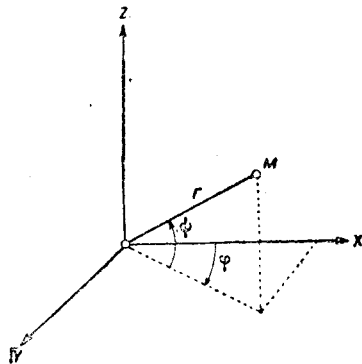


Рис. 4. Система координат в пространстве

В небесной механике прежде всего нам приходится определять положения тех эллипсов, по которым движутся планеты.

Величина и форма самого эллипса, как мы говорили, полностью определяются, если мы

будем знать его большую полуось  $a$  и эксцентриситет  $e$ .

Положение же эллипса определяется следующим образом.

Прежде всего за основную плоскость, к которой мы относим положение эллипса (можно сказать — за координатную плоскость), выбирается плоскость земной орбиты (или иначе *плоскость эклиптики*). Так как сама плоскость эклиптики меняет свое положение, то за такую основную координатную плоскость берут плоскость эклиптики в определенный момент, например, к 1 января 1850 г. Угол между плоскостью орбиты и плоскостью эклиптики называется *наклонностью*  $i$ . Линия пересечения плоскости орбиты с плоскостью эклиптики называется *линией узлов*<sup>1)</sup>. Вторая величина, определяющая положение плоскости орбиты, будет угол  $\Omega$  — так называемая *долгота восходящего узла* — угол между линией узлов и прямой, соединяющей центр солнца и ту точку земной орбиты, которая соответствовала весеннему равноденствию (эта прямая  $S\gamma$  служит, таким образом, своего рода осью координат). Если мы знаем наклонность  $i$  и долготу восходящего узла  $\Omega$ , то мы знаем положение плоскости эллипса (но еще не самого эллипса). Для того чтобы полностью

<sup>1)</sup> Одна из точек пересечения орбиты с плоскостью эклиптики представляет так называемый *восходящий узел В*. Это точка, которую проходит планета, двигаясь с юга на север. Другой узел  $H$  носит название *нисходящего узла*.

было определено положение эллипса, к двум величинам  $i$  и  $\Omega$  нужно добавить еще *долготу перигелия*  $\omega$  — угол считаемый по самой плоскости орбиты, между линией узлов и линией апсид<sup>1)</sup>.

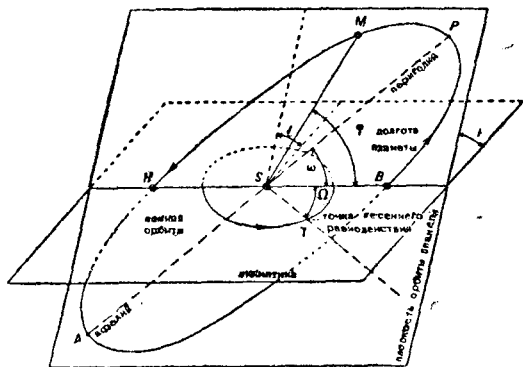


Рис. 5. Элементы эллиптической орбиты

Кроме положения эллипса, необходимо знать движение планеты по орбите.

По второму закону Кеплера, планеты, двигаясь по орбитам, описывают площади, пропорциональные временам. По третьему закону Кеплера, полуось  $a$  жестко связана с периодом обращения  $T$ ; зная  $a$ , мы знаем  $T$ <sup>2)</sup>. Если кроме того мы знаем момент прохождения планеты через перигелий  $\tau$ , то мы будем знать движение планеты по орбите,

<sup>1)</sup> Часто долготой перигелия  $\pi$  называют сумму углов  $\Omega$  и  $\omega$ .

<sup>2)</sup> В механике Ньютона третий закон Кеплера имеет вид  $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{Const}$ . Здесь  $G$  — гравитац. постоянная,  $M$  — масса солнца.

т. е. мы можем в каждый момент сказать, в какой точке эллипса она находится.

Величины  $a$ ,  $e$ ,  $i$ ,  $\Omega$ ;  $\omega$ ,  $\tau$  называются *элементами эллиптической орбиты*.

Нам придется еще говорить о *долготе* планеты  $\varphi$  — это угол между какой-нибудь фиксированной линией на плоскости орбиты — например, линией узлов и радиусом, проведенным в ту точку орбиты, где находится в данный момент планета.

Кроме того, нам придется говорить о *среднем движении* и *средней долготе*. Предположим, что планета движется не по эллипсу, а по кругу с солнцем в центре, и движется равномерно. Тогда угол между линией узлов и радиусом такого круга, проведенным в ту точку, в которой должна была бы находиться воображаемая равномерно движущаяся планета, называется *средней долготой*. Угол, описываемый воображаемой планетой в единицу времени

$n = \frac{2\pi}{T}$ , называется *средним движением*<sup>1)</sup>.

Так как движение планеты неравномерно, и орбита, вообще говоря, не является кругом, то для получения истинной долготы приходится к равномерно увеличивающейся средней долготе присоединять ряд периодических членов, учитывающих эти обстоятельства.

Такой эллипс с неизменными элементами является идеальным. Его описывала бы пла-

<sup>1)</sup> Эта воображаемая планета проходит через перигелий в один момент с истинной.

нета, если бы на нее действовала только одна сила притяжения солнца, если бы не было «возмущений» или «неравенств», происходящих от действия других планет. При возмущениях орбита, описываемая планетой, уже не является эллипсом, однако и не очень отличается от него в силу доминирующего действия солнца. Можно считать, что возмущаемая планета как бы описывает некоторый эллипс с солнцем в одном из фокусов, элементы которого непрерывно изменяются.

Эйлер первый развил этот «метод вариации элементов», который позднее в руках Лагранжа сделался основным методом решения задач небесной механики.

Эйлер был гениальным математиком; в его работах мы находим зачатки многих методов, которые потом стали употребляться в небесной механике. Однако его фактические достижения были не слишком велики. Он не был счастлив в численных выкладках и иногда открывал неравенства, которые последующие исследования признавали совершенно несуществующими.

Немного позже Эйлера за изучение движения небесных тел взялись Клеро и Даламбер, между которыми долго не прекращался спор, кто из них это сделал первым. Основные работы Клеро относятся к движению луны и к вопросу о форме земли. Его имя получило большую популярность после 1759 г., когда он весьма счастливо вычислил комету Галлея, возмущенную Юпитером и Сатурном, и удивительно точно предсказал ее появление.

Даламбер дал точную теорию «предварения равноденствия» или, иначе говоря, так называемой «прецессии» земной оси — явление, которое было в общих чертах объяснено Ньютоном и о котором мы уже упоминали. Одновременно им была объяснена и так называемая «нута́ция»<sup>1)</sup>, ранее найденная Брадлеем. Работы Даламбера по теории луны шли дальше работ Клеро. Однако он не доводил своих работ до непосредственных приложений и ограничивался абстрактной теорией. Заметим, что он первый обратил внимание астрономов на необходимость уделять больше внимания обоснованию законности употреблявшихся ими методов. В этом он предвосхититель Пуанкаре.

Основная задача, которую приходится решать астрономам-теоретикам, — это знаменитая задача о трех телах, о которой мы уже говорили. Движение луны под действием земли и солнца, движение Юпитера, Сатурна и солнца можно рассматривать как задачу о трех телах, так как возмущающим действием остальных тел можно пренебречь, не совершая существенной ошибки. Механика Ньютона позволяет написать «дифференциальные» уравнения движения трех тел. Чтобы

---

<sup>1)</sup> Нутация происходит оттого, что действие луны на землю постоянно меняется вследствие изменения положения плоскости лунной орбиты. Как мы потом увидим, эта плоскость делает полный оборот, примерно, в  $18\frac{1}{2}$  лет. Поэтому в движении земной оси наблюдаются весьма малые колебания с тем же периодом, которые и называются нутацией. Явления прецессии и нутации можно наблюдать при движении обыкновенного волчка.

найти движение этих тел, нужно решить или, как говорят математики, «проинтегрировать» эти уравнения. Это необычайно трудная задача. Довольно быстро математики поняли, что эту задачу точно решить им не по силам. Известно замечание Клеро: «Пусть интегрирует, кто сможет!»<sup>1)</sup> — по поводу полученных им уравнений движения задачи трех тел, после того как он безуспешно пытался найти какие-нибудь пути к их точному решению.

Но если оказалось, что нельзя задачу трех тел решить точно, если нельзя найти такие функции, которые давали бы для всякого сколько угодно далекого времени конфигурацию системы, то тем более было необходимо найти удобные и по возможности строгие методы приближенного решения. Это последнее требование было в значительной мере выполнено Эйлером, Клеро, Даламбером, но окончательное установление методов «классической» небесной механики принадлежит Лагранжу и Лапласу.

Однако не следует думать, что таким образом было вообще найдено приближенное решение задачи трех тел. Применимость этих методов тесно связана со специфическими особенностями нашей солнечной системы — с тем, что планеты движутся по орбитам, близким к круговым, что плоскости их орбит мало наклонены друг к другу, и, конечно, — с малостью планетных масс по сравнению с солнцем.

---

1) «Et maintenant integre qui pourra!»

Работы Лагранжа и Лапласа в небесной механике с трудом отделимы, они работали по большей части над одними и теми же вопросами, и их мемуары чередовались.

Часто, когда Лагранж, пользуясь своей интуицией глубокого математика, намечал правильный путь к решению задачи, появлялся Лаплас и неустрашимо расправлялся со всеми оставшимися и обычно весьма серьезными трудностями. Иногда бывало и наоборот, как, например, в вопросе об устойчивости солнечной системы, когда Лаплас при своих конкретных исследованиях поднимал вопрос и находил его решение, выступал Лагранж и, пользуясь тонким анализом, углублял и расширял выводы Лапласа.

Мы дадим сейчас общую характеристику работ Лапласа по небесной механике и рассмотрим некоторые, наиболее значительные работы, относящиеся к теории планет. Вопросам устойчивости и теории луны в дальнейшем будут посвящены отдельные специальные очерки.

Мы уже говорили, что замыслом Лапласа, который он упорно проводил, было показать, что закон квадратов является достаточным для объяснения всех деталей движения тел солнечной системы. Посмотрим теперь, какие трудности ему приходилось преодолевать.

Отклонение движения планет от эллиптического движения и так называемые неравенства или возмущения еще со времен Эйлера стали разделять на периодические и вековые. Первые таковы, что они изменяют движения небесного тела то в одну, то в дру-



гую сторону, — например, то ускоряют его, то замедляют. Периоды этих колебаний могут быть весьма разнообразны — от немногих недель до нескольких десятилетий. Вековыми или секулярными возмущениями называют такие, которые изменяют движение в одну и ту же сторону — например, все время ускоряют его. Ясно, что это разделение чисто условно, так как мы никогда не сможем быть уверенными, что какое-нибудь секулярное неравенство не окажется периодическим, однако с очень большим периодом. Не следует думать, что это разделение было заимствовано только из наблюдений; оно также связано с теми приближенными методами решения задач трех или большего числа тел, которые употребляются классической небесной механикой.

Возмущения в этих классических формулах представляются в виде некоторых бесконечных рядов<sup>1)</sup>, которые содержат два типа членов: у одних время встречается только в аргументах тригонометрических функций синуса и косинуса, другие содержат время также и вне этих аргументов. Ясно, что

□ <sup>1)</sup> Простейшим примером бесконечного ряда служит обыкновенная бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, которая может быть очень просто вычислена:

$$a + aq + aq^2 + aq^3 + \dots = \frac{a}{1-q}, \text{ где } q < 1$$

Например:

$$1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots = \frac{1}{1-1/2} = 2$$

первые соответствуют периодическим неравенствам, вторые — вековым<sup>1)</sup>.

При операции с такими бесконечными рядами, члены которых, вообще говоря, быстро уменьшаются, оставляют только те члены, которые имеют влияние на результат, причем требуется это делать так, чтобы погрешность результата была меньше погрешности наблюдения. Строение таких бесконечных рядов очень сложно, и эта операция отбора требует не только колоссальной осмотрительности, но, может быть, даже специальной интуиции для использования взаимного контроля вычислений и наблюдений.

По этому поводу Лаплас писал: «Чрезвычайная трудность задач, относящихся к системе мира, принудила геометров прибегнуть к приближениям, при которых всегда можно опасаться, как бы отбрасываемые величины не оказали заметного влияния. Когда наблюдения указывали им на такое влияние, они снова обращались к их анализу; при поверке они всегда находили причину замеченных аномалий; они определяли их закон и часто предупреждали наблюдения, открывая неравенства, которые наблюдениями еще не были указаны. Таким образом, можно сказать, что сама природа содействовала аналитическому совершенствованию теорий, основанных на принципе всемирного тяготения». Прежде

<sup>1)</sup> Точнее, эти разложения содержат три типа членов:  $At^n$  — вековые члены,  $B \sin(\alpha_m t + \beta)$  — периодические члены, и  $Ct^p \sin(\alpha q t + \gamma)$  — смешанные члены.

всего таким геометром был сам Лаплас. В этих его словах заключается та конкретная метода, простая до очевидности, которой он следовал, как никто, и которая позволила ему объяснить многие неравенства, обнаруженные наблюдениями. Эти неравенства никто до него не сумел извлечь из этого громоздкого способа рядов, и некоторые считали их противоречащими закону Ньютона. Лаплас показал, что они являются необходимым следствием этого закона и что по существу они являются периодическими неравенствами, период которых, однако, может достигать многих тысяч лет. С этими вещами связаны почти все наиболее существенные работы Лапласа по небесной механике; это относится и к его работам по устойчивости, и к так называемым «большим неравенствам Юпитера и Сатурна», и к «вековому ускорению луны», и даже, хотя, может быть, в меньшей степени, к «теории спутников Юпитера».

Результаты Лапласу давались обычно не сразу. Ему неоднократно приходилось возвращаться к одному и тому же вопросу, прежде чем удавалось окончательно его разрешить.

Первая работа Лапласа по небесной механике относится к 1773 г. и носит название «О принципе всемирного тяготения и о вековых неравенствах планет, которые от него зависят».

Лаплас особенно интересуется вековыми неравенствами средних движений или, иначе говоря, вековыми возмущениями больших полуосей орбит, так как средние движения

жестко связаны по 3-му закону Кеплера с величиной этих полуосей. Этим вопросом до него занимались Эйлер и Лагранж, однако полученные ими результаты противоречили друг другу. Лаплас показывает, что его предшественники отбросили такие члены разложений, которые имеют тот же самый порядок величины, как и те, которые они учитывали, и находит «с самым тщательным вниманием» новое выражение для векового ускорения среднего движения. Вставляя в свою формулу числа, относящиеся к Юпитеру и Сатурну, он получает удивительный результат — вековые ускорения средних движений этих планет оказываются равными нулю, и, следовательно, их средние расстояния от солнца оказываются неизменными. Таким образом, Лаплас обнаружил их неизменность или, как говорят математики, инвариантность. Хотя наблюдения и обнаруживают длительные изменения средних движений Юпитера и Сатурна, тем не менее молодой Лаплас считает свой результат правильным и объясняет эти загадочные изменения действием комет.

После того как Лаплас численно обнаружил отсутствие секулярных членов в средних движениях Юпитера и Сатурна, он перешел к общему случаю и открыл, что «взаимное действие планет не вызывает векового ускорения в их средних движениях, по крайней мере если пренебрегать квадратами и произведениями планетных масс и произведениями четвертой степени по отношению к эксцентриситетам и наклонностям».

Эта работа Лапласа была первой, посвященной вопросу устойчивости солнечной системы. Дальнейшие работы Лагранжа и самого Лапласа значительно подвинули этот вопрос.

Почти через десять лет, в 1784 г., Лаплас снова возвращается к теории движения Юпитера и Сатурна, так как эта задача все еще оставалась нерешенной и настойчиво требовала разумного объяснения. Остановимся на ней несколько подробнее.

Еще Галлей нашел, сравнивая древние наблюдения с современными, замедление в среднем движении Сатурна и ускорение в среднем движении Юпитера. В 1775 г. Ламберт, используя новые наблюдения, показал, что в его, Ламберта, эпоху положение вещей обратное по сравнению с эпохой Галлея. Именно — Сатурн ускоряет свое движение, а Юпитер замедляет. Это указывает на возможность известной периодичности в этом явлении и делает то кометное объяснение, о котором мы говорили, маловероятным.

Одно из обстоятельств, могущих играть роль в этом неравенстве, было известно еще древним астрономам, а именно, что Сатурн и Юпитер приходят в соединение со своеобразной треугольной симметрией. Дело в том, что пять «лет» Юпитера почти в точности равны двум «годам» Сатурна; отсюда легко сообразить, что соединения происходят через каждые  $5\frac{1}{3}$  лет Юпитера и что каждый раз место соединения перемещается на  $360^\circ \cdot \frac{5}{3} = 600^\circ$ ; соединения располагаются «треуголь-

ником», по терминологии Кеплера. Однако от этой кинематической картины до объяснения наблюдаемых неравенств еще очень далеко.

Лаплас внимательным образом произвел анализ тех рядов, которые нужно рассматривать в этом случае, и обнаружил существование членов весьма долгого периода и чувствительной величины там, где, судя по их расстоянию от начала ряда, этого трудно было ожидать. «Исследуя средние движения Юпитера и Сатурна, мне легко было узнать, что движение Юпитера, взятое два раза, превосходит лишь на очень малую величину движение Сатурна, взятое пять раз. Период неравенства, которое имело бы этот аргумент, равнялся бы приблизительно девяти векам. Его коэффициент был такого же порядка, как кубы эксцентриситетов орбит. Но мне было известно, что, в силу последовательных интегрирований, он приобретает делителем квадрат очень малого множителя времени в аргументе этого неравенства, что может дать ему большое числовое значение» <sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Период Юпитера в земных годах  $\tau^{\text{IV}} = 11,862$ ; та кой же период Сатурна:  $\tau^{\text{V}} = 29,458$ . Соответствующие

средние движения:  $n^{\text{IV}} = \frac{2\pi}{11,862}$ ;  $n^{\text{V}} = \frac{2\pi}{29,458}$ . Тип чле-

нов, о которых идет речь:

$$\frac{A}{[5n^{\text{V}} - 2n^{\text{IV}}]^2} \sin \{ (5n^{\text{V}} - 2n^{\text{IV}})t + a \}$$

Таким образом, существо вопроса заключается в приблизительной соизмеримости средних движений планет, которое делает ощутительным весьма далекие периодические члены, которые имеют в этом случае очень длинный период.

В предельном случае точной соизмеримости, которая в природе не осуществляется, эти неравенства с очень большим периодом превращаются в вековые неравенства. Мы можем их поэтому рассматривать как промежуточные между обычными периодическими неравенствами и вековыми.

Возрастание малых членов благодаря соизмеримости сходно с обычным «резонансом», заключающимся в том, что (в случае малого трения) размахи колебаний какой-либо системы быстро нарастают, когда период возмущающей внешней силы приближается к одному из собственных периодов системы.

Чем точнее соизмеримость и чем более простая дробь выражает отношение средних движений планет, тем более ощутителен этот «резонанс». Подобного рода обстоятельства довольно часто встречаются в солнечной системе; между прочим с ними, повидимому,

Период такого члена:

$$T = \frac{2\pi}{5n^V - 2n^{IV}} = \frac{29,458 \cdot 11,862}{0,394} \cong 900 \text{ лет.}$$

Несмотря на малость величины  $A$ , этот член все же может быть ощутителен в силу так называемого «малого делителя»

$$[5n^V - 2n^{IV}]^3$$

связан тот любопытный факт, что в кольцевом пространстве, заполненном малыми планетами, существуют пробелы, и притом расстояния этих кольцевых пробелов таковы, что если бы по ним обращались светила, то их периоды равнялись  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{3}$ ... периода Юпитера.

Члены с длинным периодом полностью решили вопрос, и таким образом загадка «больших неравенств Юпитера и Сатурна» была решена.

Лаплас, излагая свою работу, с гордостью пишет: «Особенно удивительно видеть, с какой точностью два главных неравенства этих планет, период которых обнимает свыше девятисот лет, удовлетворяют наблюдениям, древним и современным; будущие века, раскрывая нам эти вещи, будут делать все более и более очевидным это согласие».

Рассмотрим еще одну крупную работу Лапласа, которой он уделял очень много внимания, именно — теорию движения спутников Юпитера.

Еще Галилей видел в затмениях спутников Юпитера надежное средство для определения географических долгот. Однако законы их движения оказались далеко не такими простыми, как предполагали сперва. Наблюдения показали ряд неправильностей в их движении, которые были известны и исследованы еще до появления ньютоновой теории тяготения. Доминик Кассини в 1668 г. дает уже достаточно точные эмпирические та-

блицы движения спутников и времен их затмений. Однако не прошло и ста лет, как такая эмпирическая теория оказалась явно недостаточной. Необходимо было этот своеобразный мир юпитеровых лун подчинить строгим законам небесной механики.

В 1766 г. появился мемуар Лагранжа, посвященный теории этих спутников. Как и всегда, с математической стороны этот мемуар безупречен и представляет собой ценный вклад в небесную механику. Однако только Лапласу удалось в 1789 г. преодолеть все трудности и создать теорию, предсказания которой полностью удовлетворяли наблюдениям. «В этой работе я задаюсь целью, — пишет Лаплас, — дать полную теорию возмущений, которые испытывают спутники Юпитера, и дать астрономам те ресурсы, которые может доставить анализ для улучшения таблиц движения этих светил».

Эта цель была им выполнена блестяще, и теория спутников Юпитера навсегда останется связанной с именем Лапласа, так как два характерных соотношения в движении этих спутников носят его имя.

Первое соотношение относится к средним долготам спутников <sup>1)</sup>:

$$\varphi_1 - 3\varphi_2 + 2\varphi_3 = 180^\circ$$

Второе относится к их средним суточным движениям:

$$n_1 - 3n_2 + 2n_3 = 0$$

<sup>1)</sup> Здесь цифрами 1, 2, 3 обозначены величины, относящиеся к первому, второму и третьему спутнику.

Эти законы были найдены из наблюдений, однако до Лапласа им не было дано никакого объяснения. Объяснение было скрыто в бесконечных рядах, аппарате, на необыкновенную сложность и громоздкость которого мы уже указывали. Лаплас с помощью исключительно простого по идее и изящного анализа показал, что эти законы являются следствием ньютоновского взаимодействия спутников.

Мы уже приводили несправедливое мнение Пуансо, что Лапласу удалось достичь своих результатов только благодаря чудовищной настойчивости. Эта настойчивость, конечно, играла большую роль. Однако каждый, кто хоть в общих чертах познакомится с этой «удивительной», по выражению Пуанкаре, теорией, будет вынужден признать совершенно исключительный талант Лапласа.

Мы не будем касаться других вопросов движения планет, которыми занимался Лаплас. Эти вопросы крайне многочисленны, и почти нет такого вопроса, разрешение которого не подвинул бы Лаплас. Будь то фигура небесных тел или кольцо Сатурна, или определение орбит планет и комет, анализ Лапласа позволял ему видеть больше своих предшественников, и даже сейчас нельзя заниматься этими вещами, не упоминая его имени. Можно вполне присоединиться к заявлению современного французского математика Пикара, что, обозревая труды Лапласа, «испытываешь глубокое чувство восхищения перед таким собранием работ, где математический

анализ применен с такой уверенностью, можно сказать, с необыкновенным чутьем».

Мы уже говорили, что Лаплас удивительно умело пользовался наблюдениями для улучшения и подкрепления теории. Он не довольствовался современными ему наблюдениями и с необыкновенной энергией отыскивал старинные записи греков, китайцев, индусов, иногда заставляя делать для себя специальные переводы. Для выяснения реальности наблюдаемых аномалий он пользовался теорией вероятностей, которая, по его словам, оказала ему очень большие услуги в астрономических работах.

Обратно: теория дала ему возможность произвести кардинальные улучшения астрономических таблиц, предсказывающих положение планет. До него не существовало таблиц, построенных на механике Ньютона и указывавших положение небесных светил с достаточной точностью и на достаточно продолжительное время. Под его руководством, используя полученные им формулы, работала целая группа астрономов-вычислителей, создавших таблицы, точность которых, казалось, не уступала точности наблюдения. Это были не только французы (например, Бувар, Деламбер), но и астрономы других стран (например, Бюрг, Бургардт).

Не следует думать, что Лаплас, бывший таким горячим сторонником ньютоновой теории тяготения, принял этот закон без всей необходимой проверки и тщательного разбора всех его отдельных положений. Он старался выяснить, насколько факты подтвер-

ждают, кроме самого закона квадратов, справедливость следующих положений Ньютона:

- 1) сила тяготения передается мгновенно;
- 2) сила тяготения не ослабляется, проходя сквозь тела, или, иначе говоря, что все тела «прозрачны» для силы тяготения;
- 3) сила тяготения действует одинаково и на движущиеся и на покоящиеся тела;
- 4) сила тяготения, действующая на тело, есть результирующая всех сил тяготения, приложенных к его частицам.

Лаплас находит, что все эти пункты можно считать чрезвычайно точно подтверждаемыми наблюдениями. Так, например, по расчетам Лапласа, если сила тяготения и имеет некоторую конечную скорость распространения, то эта скорость неизмеримо велика, и во всяком случае она в десять миллионов раз больше, чем скорость света; если притяжение солнцем луны и ослабляется во время лунных затмений благодаря экранирующему действию земли, то не больше, чем на одну десятичную часть своей величины. Не все рассуждения Лапласа, связанные с этими вещами, безупречны; однако многие из них сохраняют свою силу и до настоящего времени.

Мы уже видели, каких успехов добился Лаплас в разрешении самых трудных, самых тяжелых задач небесной механики. К 1800 г., как казалось, не оставалось ни одной существенной неправильности в движениях светил, которая бы не вытекала из закона Ньютона. Понятно, что современники Лапла-

са считали, что он завершил дело Ньютона и что закон тяготения безраздельно царствует во вселенной.

Однако астрономия идет вперед, и этот старый и фундаментальный вопрос — может ли закон Ньютона объяснить все наблюдаемые движения светил, вскоре был снова поднят.

«Единственное средство получить ответ на этот вопрос, — говорит Пуанкаре, — заключается в том, чтобы делать наблюдения настолько точные, насколько возможно, проводить их в течение долгих лет или даже долгих веков и затем сравнивать их с результатами вычисления. Бесполезно требовать от вычислений большей точности, чем та точность, с которой производятся наблюдения, но также не следует довольствоваться и меньшей точностью. С другой стороны, те приближенные выражения, которыми мы удовлетворяемся сегодня, не сделаются ли они в один прекрасный день недостаточными?»

В распоряжении Лапласа был сравнительно короткий ряд наблюдений, сделанных с достаточной тщательностью, и он был лишен возможности увидеть, насколько точным образом вычисленные по его формулам таблицы совпадают с наблюдениями.

В первой половине XIX в. наблюдательная астрономия получила блестящее развитие. Появились новые обсерватории (например, Пулковская обсерватория в России, основанная в 1835 г.), появились инструменты, точность которых во много раз превосходила точность лучших инструментов предшествую-

щего века, были разработаны методы наблюдений, позволявшие учитывать ошибки инструментов и освобождать от их влияния результаты наблюдений.

Наблюдения сделались настолько точными, что Бесселю удалось в 1835 г. впервые измерить параллакс неподвижной звезды (61 из созвездия Лебедя) и тем самым определить ее расстояние от земли.

И вот, примерно, через 20 лет после смерти Лапласа, пришлось думать о необходимости дать новые, более точные формулы движения планет.

Знаменитый Леверрье, открывший Нептуна, и этим, казалось, окончательно утвердивший закон всемирного тяготения, констатирует расхождение между формулами Лапласа и наблюдениями и утверждает, что «формулы возмущений не были еще вычислены во всей необходимой полноте. Нужно будет снова вернуться к математическим теориям движений планет, развить их до самых последних выводов и убедиться в том, представляют ли новые формулы наблюдения в совершенной точности».

С необычайной энергией принимается Леверрье за работу и всю свою оставшуюся жизнь, почти тридцать лет, посвящает теории планет и таблицам их положений.

Вывод Леверрье неутешителен: движение перигелия Меркурия оказывается на 38" в столетие больше, чем это могут дать возмущения других планет.

Леверрье не сомневается в законе Ньютона. Ему, отыскивавшему Нептун по неправиль-



ностям движения Урана, самым естественным кажется предположить, что это «лишнее» движение перигелия происходит от гипотетической «интрамеркуриальной» планеты, которую он окрестил Вулканом и для которой он пытался определить орбиту.

Мы еще вернемся к этому «лишнему» вращению. Теперь же мы посмотрим, как развивалась сама небесная механика.

Леверрье не создал новых методов решения задач небесной механики. Он был, главным образом, астрономом-вычислителем.

Воспользовавшись аппаратом небесной механики Лапласа, он ведет свои разложения гораздо дальше Лапласа, может быть, еще меньше последнего боясь сложности выкладок. Таким образом, Леверрье не мог и не имел в виду создать абсолютную теорию планет, годную на сколько угодно веков вперед. Сама форма этих классических рядов была такова (как мы видели, они содержали секулярные члены), что безнадежно было думать, что они окажутся пригодными на неограниченное время.

Эти ряды хорошо справлялись с «текущей» работой; мы видели на примерах Лапласа и Леверрье, как много можно из них извлечь. Эпоха, когда мы будем принуждены перестать пользоваться этими рядами, еще очень далека. Однако, как говорит Пуанкаре, «теоретики принуждены ее опережать, так как их творчество должно предшествовать, и часто при этом на большое число лет, работе калькуляторов». Кроме того, операции с классическими рядами очень утомительны,

так как часто приходится оперировать с очень большим количеством членов.

Теоретики стали искать других, лучших решений задачи возмущений.

Прежде всего стали думать, что различие между периодическими и секулярными членами не связано с самой природой вещей, а только с теми техническими средствами, которыми мы пользуемся. Отсюда понятна идея найти такие разложения, где бы не было вековых членов и где бы фигурировали только чисто периодические.

Это желание изгнать секулярные члены явилось знаменем целого периода развития теоретической астрономии — почти всей второй половины XIX в.

Делоне, Хилл, Гильден, Линштедт, Ньюком получили с большим или меньшим успехом ряды, не содержавшие секулярных членов.

Вычисления, произведенные с помощью этих чисто тригонометрических рядов, давали удовлетворительное согласие с наблюдениями, и самая их форма позволяла надеяться, что они могут предсказывать небесные явления на сколь угодно большое время вперед. Некоторые даже утверждали, что один факт существования таких рядов позволяет ответить на вопрос об устойчивости солнечной системы в утвердительном смысле.

В это время появились работы Пуанкаре, наиболее выдающегося астронома-теоретика нашего времени (умер в 1912 г.).

Он подверг тщательному и придирчивому анализу утверждения своих предшественников, отделил доказанное от предполагаемо-

го и попытался внести в астрономию дух абсолютной строгости, который так характерен для чистой математики. Вопрос, который себе задал Пуанкаре по отношению к только что упомянутым чисто тригонометрическим рядам, является вполне естественным для математика.

Являются ли эти ряды сходящимися рядами, т. е. будут ли их члены неограниченно убывать, и притом так, что, чем большее число членов мы возьмем, тем с большей точностью получим искомую функцию? Операции с такими сходящимися рядами обычны в математике, и математик чувствует себя совсем хорошо, если он вдобавок может оценить ошибку, т. е. сказать, какую погрешность он совершит, остановясь на данном члене.

Пуанкаре, к великому смущению астрономов, удалось показать, что вышеупомянутые чисто тригонометрические ряды, вообще говоря, не являются сходящимися в том смысле, о котором мы сейчас говорили.

Правда, сначала члены этих рядов идут убывая, но так происходит только до определенного номера, после которого члены начинают возрастать. Астрономы пользуются при своих вычислениях лишь сравнительно небольшим числом членов и получают хорошие результаты. Если бы они для увеличения точности вздумали взять большее число членов, то они могли бы прийти к совершенно ложным заключениям.

Пуанкаре хотя и разрушил надежды на то, что эти ряды что-либо могут дать для не-

ограниченного промежутка времени, тем не менее он полностью узаконил их употребление для не слишком длинных интервалов времени. Мы не можем здесь входить в дальнейшие подробности, например, о том, в какой связи с только что изложенными вещами стоят те малые делители, о которых нам уже приходилось говорить, рассматривая большие неравенства Юпитера и Сатурна. Мы закончим этот вопрос об изменении разложений, сказав, что в этой области успехи со времен Лапласа не столь уж велики, в особенности с точки зрения практических применений.

Что же существенно нового, кроме этих рядов, дала теоретическая мысль в небесной механике за те сто лет, которые протекли со времени смерти Лапласа?

Не говоря уже о том, что в доказательства была внесена неслыханная строгость, в конце XIX в. зародились новые идеи, связанные опять-таки с именем Пуанкаре, развитие которых — правда, достаточно медленное — является, пожалуй, наиболее характерной чертой современной небесной механики.

Ограниченность места позволит затронуть только одну—две из этих идей. Одну идею о качественном исследовании уравнений небесной механики мы еще затронем в связи с проблемами устойчивости. Скажем здесь несколько слов о другой, близкой идее, связанной с признанием особой, исключительной роли периодических движений — это такие, при

которых тела описывают замкнутые пути и

при которых через определенный промежуток времени, называемый периодом, восстанавливается исходное состояние.

Движение, взятое наобум, вообще говоря, не является периодическим и только при некоторых специальных начальных скоростях и координатах может оказаться таковым.

Пуанкаре думал, что можно подобрать для всякого<sup>1)</sup>, хотя бы непериодического, движения такое периодическое движение (при тех же самых силах, но при измененных начальных условиях), которое будет близко к этому непериодическому движению в течение достаточно долгого времени.

С другой стороны, пусть мы знаем периодическое движение. Тогда оказывается, что мы можем кое-что узнать о движениях, близких к этому периодическому.

Таким образом, по Пуанкаре, периодические движения являются инструментом, с помощью которого мы можем исследовать другие движения. Нам открывается некоторый принципиально новый путь исследования движений. Может быть, мы желали бы лучшего пути. Однако, как говорит Пуанкаре, такой путь «является единственной брешью, через которую мы можем проникнуть в места, имевшие до сих пор славу неприступных».

Как отыскивать периодические решения?

Для некоторых довольно важных случаев рецепт дан самим Пуанкаре. Другие суще-

<sup>1)</sup> Принадлежащего к тому определенному классу движений, которыми почти исключительно занимается небесная механика.

ственно более общие случаи он пытался исследовать перед самой своей смертью.

Дальнейшая разработка этих вещей связана с именем американца Биркгофа, который не только получил ряд ценных результатов относительно периодических решений, но пошел значительно дальше, уточнив соображения Пуанкаре и введя в рассмотрение другие, более общие решения, чем периодические.

Нам придется еще сказать кое-что о современном положении «изначальной» задачи небесной механики — о задаче трех тел.

В конце XIX в. французский астроном Тиссеран писал: «Строгое решение задачи трех тел не подвинулось вперед до сегодняшнего дня еще со времен Лагранжа, и можно сказать, что оно является, очевидно, невозможным».

В 1909 г. финляндский математик и астроном Зундман дал такое строгое решение, воспользовавшись некоторыми соображениями, брошенными мимоходом все тем же неистощимым Пуанкаре. Он выражает с помощью вспомогательного переменного время и координаты тел в виде всегда сходящихся рядов. Таким образом, теоретически возможно найти положение системы для всякого момента времени, что и является в некотором смысле строгим решением задачи.

Тем не менее это решение Зундмана до сих пор (т. е. уже около 20 лет) лежит втуне и не получает практических применений. Прежде всего неизвестно, достаточно ли

быстро сходятся ряды Зундмана, т. е. не нужно ли брать чрезвычайно большое, практически непосильное количество членов, чтобы получить результат требуемой точности. Кроме того, следует отметить, что это решение слишком «количественное», и качественная сторона движения, например, почти периодический характер многих частных случаев проблемы трех тел, который подсказывается интуицией, им не выявляется; отсюда же проистекает невозможность воспользоваться рассматриваемой работой для решения проблем устойчивости.

Заканчивая этот беглый очерк развития небесной механики со времени Лапласа, мы хотели бы подчеркнуть, что те трудности, которые встречают астрономы-теоретики, пытаясь найти решения, пригодные на неопределенно долгое время, как видно, нельзя считать устраненными. Это станет, может быть, еще более очевидным, если мы скажем, что даже методы Зундмана, которыми астрономы до сих пор еще не смогли воспользоваться, относятся только к задаче трех тел и неприменимы к большему числу тел.

Вернемся теперь от тонких математических изысканий к физической астрономии.

Мы видели, что Леверрье обнаружил «лишнее» вращение перигелия Меркурия. Это было в 1859 г. В самом конце XIX в. реальность этого удивительного вращения была подтверждена исследованиями американского астронома Ньюкома, который снова предпринял гигантский труд пересчета планетных таблиц и в результате лишь немного изменил число-

вой результат Леверрье. Вместо 38" по Леверрье — по Ньюкому лишнее вращение перигелия Меркурия составляет 43" в столетие. Было сделано много попыток объяснить это явление, оставаясь в рамках закона Ньютона; об одной такой попытке — о «Вулкане» у нас уже шла речь. Однако все выдвинутые гипотезы оказались неудовлетворительными; кроме многих других, у каждой из них тот недостаток, что она была придумана специально для данного случая и не подтверждалась никакими другими фактами.

Заметим, что именно вращение перигелия является обстоятельством весьма серьезного значения для ньютоновской небесной механики. Правда, возмущения могут придать вращение перигелию орбиты и в системе ньютоновского тяготения, однако если бы оказалось необходимым придать вращение невозмущенному эллипсу, то это означало бы отказ от закона квадратов. Ведь еще Ньютон знал, что только закон квадратов не вызывает «самопроизвольного» вращения перигелия.

С другой стороны, наводит на размышления то обстоятельство, что единственное достаточно строго установленное отклонение от закона тяготения Ньютона имеет место у ближайшей к солнцу планеты: ведь сила тяготения, приходящаяся на единицу массы, здесь особенно велика, и можно думать, что отклонения от закона квадратов здесь могут быть обнаружены легче всего. Таким образом, «аномальное» вращение перигелия Меркурия является обстоятельством принципиальным и

знаменующим ломку старых ньютоновских представлений.

Если бы астрономия была изолированной наукой, то наиболее вероятно, что объяснение подобным неувязкам искали бы, как это делал Клеро, в том, что закон обратных квадратов есть только некоторое приближение к действительному закону тяготения. Было бы достаточно внести чрезвычайно малую поправку в закон квадратов, чтобы теорию согласовать с наблюдениями.

Однако астрономия развивается в тесном контакте и во взаимодействии с математикой и физикой.

Астрономия весьма значительно оплодотворила математику и явилась поводом для глубоких математических открытий. Обратное: процессы, происходившие в чистой математике, очень ощутительно сказывались на развитии теоретической астрономии.

В начале XIX в. торжество закона Ньютона в астрономии оказало фундаментальное влияние на развитие физики и привело к расцвету теорий, построенных на дальности. С другой стороны, бурное развитие физики, начавшееся в конце XIX в., привело к кардинальной ревизии основных механических представлений и должно было задеть небесную механику.

Прежде всего усомнились в законах движения Ньютона в том смысле, что массу признали величиной переменной и зависящей от скорости. Однако это еще, может быть, скорее явилось нарушением буквы, чем духа системы Ньютона, тем более, что у самого

Ньютона можно найти намеки на возможность подобного обстоятельства, а Лаплас даже развивал теорию движения точек с переменной массой. Дальнейшее развитие электродинамики и оптики привело к целой новой системе идей — к теории относительности Эйнштейна, которая коренным образом изменила наши представления о пространстве и времени. Синтез этих новых идей с механикой Ньютона привел к так называемой общей теории относительности. Изложение этих теорий выходит из рамок книги, посвященной Лапласу.

Мы ограничимся замечанием, что общая теория относительности достаточно непридуманно объясняет аномалию Меркурия. По этой теории большая ось невозмущенного эллипса медленно вращается в направлении обращения планеты вокруг солнца. В формулу Эйнштейна не входят никакие новые произвольные константы, и в то время как она дает как раз 43" в столетие для вращения перигелия Меркурия, соответствующие числа, получающиеся для других планет, столь малы, что оказываются недоступными для проверки наблюдениями.

Не следует думать, что с появлением общей теории относительности старая небесная механика Ньютона — Лапласа — Леверрье — Пуанкаре потеряла свое значение. Она полностью его сохранила почти для всех небесных движений как удивительнейшее приближение к действительности, точно так же как земная механика Галилея — Ньютона — Лагранжа полностью сохранила свою силу во

всех физических опытах, в которых мы не имеем дело со слишком быстрыми, достигающими значительных долей скорости света движениями.

## 2. Устойчивость солнечной системы

Что будет дальше с солнечной системой? Приблизятся ли планеты к солнцу и упадут на него, или же будут постепенно удаляться? Могут ли планеты столкнуться между собой и тем существенно изменить структуру солнечной системы, или же, наоборот, все время будет сохраняться приблизительно современный порядок вещей?

Эти вопросы, которые можно замесить одним: устойчива ли наша система? — возникали с самого появления теоретической астрономии, т. е. еще у Ньютона.

Ньютон предполагал, что солнечная система неустойчива. Он думал, что «едва заметные неравенства, могущие происходить от взаимодействия планет и комет... вероятно, будут увеличиваться в течение весьма долгого времени, до тех пор пока наконец система не будет нуждаться в приведении ее в порядок руками творца».

Известно, сколь резкие возражения эта точка зрения вызвала даже у религиозного Лейбница. Последний писал: «Ньютон и его приверженцы имеют чрезвычайно забавное представление о божественном творении. С их точки зрения, бог должен время от времени заводить свои мировые часы...» «Бог создал такую несовершенную машину, что он

должен по временам очищать ее от грязи и даже чинить, как часовщик исправляет свою работу. По моему мнению, одна и та же сила существует постоянно и управляет веществом по закону естественному и по порядку, предварительно устроенному».

Таким образом, мы видим, что Ньютон допускал не только «первоначальный толчок», но предполагал возможным и дальнейшее вмешательство, — правда, весьма редкое, — бога. Это соединение принципа механической причинности и религиозных построений характерно для Ньютона и его английских последователей, и даже позднейших английских эмпириков. Один из последователей Ньютона, не смущаясь, отвечал Лейбницу, что «кто утверждает, что мир есть великая машина, движущаяся без помощи божества, как часы идут без помощи часовщика, тот вводит в мир материализм и фатализм и изгоняет из него провидение и волю всемогущего».

Как мы видели, теория движения планет находилась лишь в зародыше во времена Ньютона, он не мог получить ответа на этот вопрос на основе своих «Principia».

Даже Эйлер, который, благодаря развитию математического анализа, получил возможность гораздо свободнее рассчитывать возмущения планет, придерживался по поводу устойчивости солнечной системы того же мнения, как и Ньютон.

Ко времени Лапласа мнения разделялись, хотя факты, казалось, говорили, что солнечная система неустойчива. Например, необъясненное ускорение в среднем движении Юпи-

тера заставляло думать, что если так будет продолжаться, то планета в конце концов упадет на солнце, так как по третьему закону Кеплера наличие подобного ускорения связано с непрерывным уменьшением большой полуоси орбиты. Лаплас первый попытался установить эту устойчивость.

Мы видели, что в работе 1773 г. ему удалось доказать <sup>1)</sup> отсутствие вековых членов в выражениях возмущений средних движений планет. Отсюда, на основании того же закона Кеплера, можно заключить, что расстояния планет от солнца, за исключением некоторых периодических изменений, всегда сохраняют одни и те же величины и что планеты никогда не смогут упасть на солнце или же от него окончательно удалиться.

В следующем (1774) году Лагранж доказал эту теорему иным методом и для более общего случая — именно он показал, что она остается справедливой, даже если принять во внимание всевозможные степени  $e$  и  $i$ , однако членами, содержащими квадраты масс, пришлось пренебречь и ему.

И Лаплас и Лагранж еще неоднократно возвращались к этой замечательной теореме; кроме того, они рассмотрели вековые возмущения других важных элементов эллиптических орбит планет, эксцентриситетов и наклонностей. В 1784 г. этот цикл работ был в некотором смысле закончен. В той же статье,

<sup>1)</sup> Пренебрегая членами, содержащими квадраты и высшие степени масс, четвертые или высшие степени эксцентриситетов  $e$  и наклонностей  $i$ .

в которой он объяснил большие неравенства Юпитера и Сатурна, Лаплас дает два замечательно простых и изящных выражения, связывающих изменения эксцентриситетов и наклонностей <sup>1)</sup>. Эти выражения получили впоследствии название «великой хартии солнечной системы», так как считалось, что они гарантируют ей устойчивость. Вышеизложенные исследования показали, что хотя орбиты планет непрерывно изменяются, что хотя их большие оси тоже перемещаются все время, проходя через солнце, что хотя плоскости их орбит также движутся по отношению к эклиптике, этот кажущийся беспорядок ограничен строгими рамками. Именно величины больших осей остаются в среднем неизменными, а эксцентриситеты и наклонения могут изменяться только в узких пределах. Лаплас указывает, что эта устойчивость солнечной системы связана с малостью взаимных наклонений орбит, малостью эксцентриситетов этих орбит и с тем обстоятельством, что все планеты обращаются вокруг солнца в одну и ту же сторону. Это как раз те характерные черты солнечной системы, которые служили

<sup>1)</sup> В несколько упрощенной форме эти соотношения имеют вид:

$$m_1 e_1^2 V a_1 + m_2 e_2^2 V a_2 + \dots m_n e_n^2 V a_n = \text{Const}, \\ m_1 t g^2 i_1 V a_1 + m_2 t g^2 i_2 V a_2 + \dots m_n t g^2 i_n V a_n = \text{Const}.$$

Здесь цифрами 1, 2, 3... обозначены величины, относящиеся к различным планетам,  $m$  — массы,  $e$  — эксцентриситеты,  $i$  — наклонности,  $a$  — большие полуоси,  $n$  — число планет. Величину каждой из этих двух констант можно определить. В настоящее время она незначи-

Ньютону доказательством ее божественного происхождения и которые лет двадцать спустя послужили самому Лапласу для внесения в астрономию идеи эволюции.

Посмотрим теперь, как эти исследования Лапласа касаются действительной физической задачи — вопроса устойчивости реальной солнечной системы.

Мы знаем отлично, что кроме сил ньютоновского притяжения, которые одни принимались Лапласом во внимание, имеется еще много других факторов, могущих сыграть существенную роль, если мы будем рассматривать достаточно большие промежутки времени. Таковы, например, приливное трение, световое давление, уменьшение солнечной массы благодаря излучению, космическая пыль, оседающая на планеты, и т. д. Действие этих факторов накапливается, и они в конечном счете являются решающими.

Таким образом, физическую задачу об устойчивости солнечной системы Лаплас не только не решил, но даже и не поставил. Эту задачу во всей ее широте, вероятно, и нельзя поставить, так как всегда найдутся

теперь. Следовательно, она всегда останется незначительной, так как она неизменна. Мы знаем, что большие полуоси в среднем остаются так же неизменными. Так как все члены положительны и так как сумма их постоянна, то, если один член увеличивается, некоторые другие должны уменьшаться.

Благодаря этим соотношениям «запас эксцентриситета» и «фонд наклонности» распределяется между планетами; если бы даже весь запас и весь фонд пришелся на одну планету, то и то ее эксцентриситет и наклонность не были бы очень велики.

новые, еще не учтенные мельчайшие факторы, действие которых может сказаться как угодно сильно в необозримые промежутки времени.

Посмотрим теперь, в какой мере решена была Лапласом та идеальная задача, которую он себе ставил.

Примем на минуту, что планеты и солнце действительно являются материальными точками, притягивающимися по закону Ньютона. Пригодны ли заключения Лапласа к такой фиктивной солнечной системе? Лаплас не доказал устойчивости даже и такой системы. Он отбросил при вычислениях ряд членов; кто может предвидеть, как будет отличаться истинное решение от найденного таким образом приближенного решения, если мы будем переходить к сколь угодно отдаленному будущему? Современному математiku ясно, что приближенные методы не могут здесь дать стоящего ответа; они могут только установить некоторую временную устойчивость системы, говорящую о долгом, но все же не превосходящем некоторого предела, промежутке времени.

Сам Лаплас прекрасно знал, что написанные им уравнения определяют движение лишь идеальной солнечной системы, и не придавал им очень расширительного толкования, хотя иногда у него встречаются фразы вроде: «изменения наклонностей и эксцентриситетов планетных орбит всегда<sup>1)</sup> останутся заключенными в узких границах».

<sup>1)</sup> Курсив авторов.



По отношению же к идеальной задаче Лаплас и вообще тогдашние математики были меньшими скептиками, чем мы теперь. Вера в то, что устойчивость действительно имеет место, особенно усилилась в 1808 г., когда Пуассон, ученик Лапласа, доказал теорему об инвариантности больших полуосей, приняв во внимание члены второго порядка в отношении масс. В 1816 г. тот же Пуассон думал, что смог ее доказать, приняв во внимание даже третьей степени. Однако, как мы потом увидим, само понятие об устойчивости у Пуассона получило иной смысл, чем у Лапласа и Лагранжа.

Может быть, ни одна работа Лапласа не вызывала такого восторженного отношения со стороны современников, как именно эта; она импонировала даже людям, чуждым математике и физике.

Ройе-Колард, вступивший в Академию в 1827 г. и произнесший речь о своем предшественнике, говорит: «Лапласу было предоставлено освободить закон, управляющий вселенной (т. е. божественную мудрость), от тех упреков в непредусмотрительности и бессилии, перед которыми спасовал гений Ньютона. Он первый показал, что солнечная система имеет в тех условиях, которые ей даны, залог бессрочного существования».

После Лапласа вопрос об устойчивости солнечной системы не сделал разительных успехов. В конце концов было выяснено, что если принимать во внимание члены высших порядков по отношению к массам, то в возмущениях больших полуосей по-

являются секулярные члены. Так как к этому времени уже было известно, что различие между вековыми и периодическими членами с известной точки зрения искусственно, то этот результат отнюдь не говорил ничего против устойчивости. Это, пожалуй, все существенное, что было добыто астрономами по этому вопросу в промежутке от Лапласа до Пуанкаре.

Пуанкаре подверг строгому анализу самый смысл слова «устойчивость». Он научил нас отличать устойчивость Лапласа—Лагранжа от устойчивости Пуассона.

Если система тел устойчива в первом смысле, то для случая нашей солнечной системы это значит, что в течение всей бесконечности последующих веков орбиты планет останутся почти круговыми, мало наклоненными друг к другу, и что их средние расстояния от солнца сохраняют те же самые значения, — может быть, за исключением небольших периодических возмущений. Наоборот, устойчивость по Пуассону значит, что элементы орбит, описываемых телами, могут испытывать чрезвычайно сильные изменения и даже расти безгранично. Тела могут сближаться, встречаться, однако устойчивость по Пуассону нам безусловно гарантирует, что вся система пройдет бесчисленное число раз, как угодно близко от своего начального состояния.

Пуанкаре выяснил ценность этого понятия устойчивости по Пуассону, дал ряд методов для распознавания такой «ослабленной» устойчивости и исследовал с их помощью

несколько конкретных примеров. Правда, ему не удалось применить их к нашей солнечной системе, так как здесь трудности оказались слишком большими.

Пуанкаре же обратил внимание на одну весьма существенную сторону вопросов, связанных с устойчивостью — именно на то, что эти вопросы являются, так сказать, «качественными» вопросами; отвечая на них, нам не нужно знать все перипетии действительного движения, а только некоторые его свойства. Как говорит Пуанкаре «...что другое представляет собой вопрос об инвариантности элементов планетных орбит, как не характерную задачу качественной геометрии, так как доказать, что большая полуось не подвержена вековым возмущениям, это значит показать, что она все время колеблется в известных пределах?»

Такая качественная постановка вопроса при изучении объектов математики оказалась чрезвычайно плодотворной; она является одной из тех новых глубоких математических идей, которые возникли в связи с вопросами устойчивости.

Может быть, ни один вопрос не занимал так Пуанкаре, как вопрос устойчивости. Он посвятил ему целый ряд работ и, несмотря на это, был принужден писать в конце своей жизни: «Я не смог разрешить строгим и полным образом проблему устойчивости солнечной системы». Заслуга Пуанкаре заключается в том, что он отчетливо поставил вопрос и наметил пути, которые, может быть, приведут к решению этой проблемы. Сейчас,

после Пуанкаре, трудности этой задачи нам кажутся большими, чем они, повидимому, казались Лапласу, несмотря на все развитие анализа за последние сто лет. Мы можем поэтому сказать, что грубое отображение реальной солнечной системы, которое заключалось в дифференциальных уравнениях Лапласа, является все-таки настолько сложным, настолько превосходящим средства современного анализа, что человеческий ум по отношению к этой бесконечно упрощенной системе пока еще чрезвычайно далек от того «лапласовского» ума, которому открыто прошедшее и будущее.

Та устойчивость, о которой мы говорили до сих пор, будь то устойчивость по Лапласу — Лагранжу или устойчивость по Пуассону, это внутреннее свойство данного фиксированного движения. Мы ничего не говорим о возможных внешних воздействиях. Рассмотренные значения слова «устойчивость» пригодны для астронома, интересующегося почти совсем лишенными внешних воздействий небесными движениями. Однако для физика, и в особенности для инженера, конструирующего машину, устойчивость движения означает нечто большее. Им интересно знать, что будет с движением, если под влиянием каких-нибудь причин, — например, благодаря небольшому внешнему толчку, — условия движения несколько изменятся.

Инженер назовет движение устойчивым, если это измененное, достаточно близкое в момент толчка движение достаточно мало

отличается от исходного движения в течение всего последующего времени. Здесь, таким образом, интересуются, если так можно выразиться, внешним свойством движения — именно отклонениями от этого движения других соседних движений.

Теория такой «земной» устойчивости тоже имеет свою длинную историю; эта теория восходит к Лагранжу и следует через работы английского математика Рауса и того же Пуанкаре к работам знаменитого русского математика Ляпунова.

Ясно, что проблемы «небесной» и «земной» устойчивости тесно связаны между собой. Если бы какое-нибудь небесное движение было неустойчиво в «земном» смысле, то какая-нибудь комета или метеор могли бы нарушить эту устойчивость. Обратно: всякий технический прибор должен быть устойчив в «небесном» смысле, и только после этого может идти речь, устойчив ли он в «земном».

Наши современные представления настолько проникнуты идеей развития, что нам кажется вечная неизменность солнечной системы абсолютно невероятной. Ясно, что вопрос о ее разрушении есть лишь вопрос времени. Однако современное естествознание держится иной точки зрения на мир в целом. Как говорит известный физико-химик Нернст, «всякая естественнонаучная теория космоса должна исходить... из допущения, что вселенная находится в стационарном состоянии и что в среднем в мире угасает столько звезд, сколько их возгорает-

ся вновь». Эта уверенность в существовании своеобразной «устойчивости» вселенной, во всяком случае в нелепости разговоров о какой бы то ни было — например, о столь напугавшей «тепловой» — смерти вселенной, уверенность, которую высказал с полной отчетливостью еще Энгельс, все более и более укрепляется, по мере того как совершенствуются наши знания.

### 3. Теория движения луны

Луна — ближайшее к земле небесное тело. Наблюдения над луной могут быть сделаны очень точно. Затмениями человечество начало интересоваться еще очень давно, поэтому относительно луны имелся наблюдательный материал, обнимавший собой много веков. Таблицы, которые дают положение луны на небе для любого момента времени, имеют очень большое значение для мореплавателей, так как они позволяют легко определить географические долготы.

С другой стороны, движение луны очень запутанно. Мы теперь знаем, что к движению луны вокруг земли по эллипсу Кеплера нужно прибавить, если можно так выразиться, столько исключений, сколько имеется возмущений, число которых для луны превосходит тысячу. Правда, не все эти неравенства имеют существенное значение; однако некоторые из них настолько заметны, что были известны в глубокой древности.

Таким образом, луна является наиболее естественным пробным камнем для теории тяготения.

Мы уже упоминали, что Ньютон занимался движением луны. Больше того, можно сказать, что теория луны — любимое детище Ньютона, и в «Началах» много страниц посвящено ей.

Ньютону были известны основные лунные неравенства, выведенные из наблюдений. В первых, было известно, что линия узлов, т.е. линия пересечения плоскости лунной орбиты с плоскостью эклиптики, обладает почти равномерным попятным движением и описывает эклиптику, примерно, в  $18\frac{2}{3}$  лет. Во вторых, было установлено, что орбита луны вращается в своей плоскости в прямом направлении и притом так, что перигелий совершает полный оборот в период, равный почти 9 годам. Далее, было обнаружено, что и долгота луны подвержена трем основным неравенствам: так называемой эвекции, вариации и годичному уравнию. Ньютону удалось показать, что в общих чертах некоторые из этих неравенств, а также много других, менее значительных, выводятся из теории притяжения, хотя найденные им числовые характеристики этих неравенств иногда являлись достаточно грубыми.

Интересно отметить, что Ньютон, получивший приближенным методом в I книге «Начал» только половину истинного движения перигелия и, повидимому, не сумевший получить нужную величину, совсем не упоминает о движении перигелия в III книге «Начал», где подробным образом разбирается теория движения луны. Это станет понятным, если вспомнить, сколь грозным является

движение перигелия для закона квадратов: вероятно, Ньютону не хотелось указывать на вещи, которые могли рассматриваться как опровергающие его теорию тяготения.

В 1693 г. Галлей прочел в Лондонском королевском обществе доклад, в котором он привел результаты своего анализа древних затмений и констатировал медленное увеличение средней скорости движения луны по своей орбите. Эта новая неправильность, которая получила название «векового ускорения среднего движения луны», приобрела потом громкую известность благодаря тем затруднениям, которые она представила для теории тяготения.

Исследования по теории луны были в сильной степени стимулированы тем, что в начале XVIII в. английское адмиралтейство назначило колоссальную премию, в 20 тыс. фунтов стерлингов, за такие таблицы, которые предсказывали бы ее положение с точностью до полуградуса и тем давали бы возможность с нужной точностью определять географические долготы.

Много астрономов бралось за эти вещи, и в 1753 г. появились лунные таблицы Майера, которые, хотя и не удовлетворяли полностью требованиям адмиралтейства, но все же были к этому весьма близки. Несмотря на сравнительную точность, эти работы по составлению таблиц в сущности имели довольно мало дела с теорией тяготения: по существу, это была некоторая экстраполяция наблюдений.

Только Клеро первый попытался дать полную теорию движения луны на основании

закона всемирного тяготения, воспользовавшись тем развитием, которое получила математика со времен Ньютона. Его анализ дал ему возможность получить не только вариацию, которая уже была достаточно точно вычислена Ньютоном, но и эвекцию и годичное уравнение. Особенная же заслуга Клеро заключается в том, что он нашел на основании закона тяготения истинную величину движения лунного перигелия. Заметим, что сначала Клеро получил, как и Ньютон, только половину нужной величины и, как мы уже упоминали, предложил изменить закон квадратов. Однако через некоторое время, как говорит Лаплас, «математик признал свою ошибку и сделал важное замечание, что если продолжить приближения, то ньютонов закон дает весьма близко и движение перигелия. Этот результат, доложенный Клеро Академии 17 мая 1749 г., рассеял все сомнения относительно закона тяготения, который Эйлер в своей работе о движениях Юпитера и Сатурна вследствие вкравшейся ошибки в вычислении признал несогласным с наблюдениями...» При помощи своих формул Клеро составил лунные таблицы, которые, однако, даже уступали таблицам Майера.

Ни Эйлер, ни Даламбер, изучавшие после Клеро движение луны, не продвинули собственно теорию луны; их достижения, как мы уже упоминали, были чисто математические. Ко времени Лапласа таблицы Майера и Клеро уже не удовлетворяли точным наблюдениям, и теория луны настойчиво требовала

своего улучшения; вековое ускорение луны оставалось совершенно необъясненным, несмотря на все попытки Эйлера, Даламбера и даже Лагранжа.

Бесконечные ряды, исследование которых, по выражению астронома того времени, «превосходит все возможности человеческого терпения», скрывали тайны большого количества лунных неравенств. Для того чтобы их оттуда извлечь, было недостаточно аналитического умения, была нужна специальная интуиция, специальное чутье, которым, как мы уже говорили, Лаплас обладал непревзойденным образом; нужны были общие руководящие «физические» идеи и вся та опытность, которую приобрел Лаплас, исследуя движения планет.

19 ноября 1787 г. Лаплас прочел в Академии доклад, в котором он объяснил вековое ускорение луны. Как говорит он сам, «еще оставалось небесное явление — ускорение среднего движения луны, — которое до сих пор не смогли подчинить закону тяготения. Геометры, которые им занимались, заключили из своих исследований, что оно не может быть объяснено всемирным тяготением, и, чтобы его объяснить, искали помощи в различных гипотезах, — например, в сопротивлении межпланетного пространства, в конечной скорости тяготения, в действии комет и так далее. Однако, после различных попыток я, наконец, смог открыть истинную причину этого явления».

Лагранж был не слишком далек от этого открытия. Именно, он нашел, что вековые

изменения эксцентриситета возмущающей планеты могут порождать изменения в долготе <sup>1)</sup> возмущаемой планеты. Применив эту идею к Юпитеру и Сатурну, он нашел, что эффект является совершенно ничтожным. Он не связал эту мысль с теорией движения луны. Более того: изучая непосредственно вековое ускорение луны, Лапранж настолько не видел возможности его рационально объяснить, что даже усомнился в его существовании.

Сам Лаплас в начале своих занятий небесной механикой также не видел путей для объяснения векового ускорения луны и даже предположил, что это ускорение происходит в силу конечной скорости передачи тяготения. Однако, примерно, лет через 15 Лаплас возвратился к этому явлению и дал ему самое непринужденное объяснение: «Занимаясь теорией спутников Юпитера, я обнаружил, что вековые изменения эксцентриситета орбиты Юпитера должны производить вековые неравенства в их средних движениях. Я поспешил применить этот результат к луне и обнаружил, что вековые изменения эксцентриситета земной орбиты вызывают в среднем движении луны как раз такое неравенство, какое было обнаружено астрономами».

Вековое ускорение луны, таким образом, оказалось связанным с изменением формы земной орбиты. Лаплас показал, что когда

<sup>1)</sup> Среднее движение—это средняя скорость изменения долготы. Если среднее движение увеличивается, то увеличивается и долгота, описанная планетой за определенный промежуток времени.

эксцентриситет орбиты уменьшается, т. е. когда оржита земли приближается к кругу, то движение луны ускоряется. Этот эксцентриситет не будет уменьшаться без конца, а начнет снова увеличиваться через много тысяч лет. Тогда астрономы будут наблюдать уже не ускорение, а замедление среднего движения луны,—процесс, который затем через много тысяч лет опять сменится ускорением, и т. д.

Численную величину изменения долготы под влиянием векового ускорения Лаплас определил в  $10''$  в столетие. Как показывает само название, это изменение подобно пуги, проходимоу падающим телом. Именно, если луна ушла вперед в первое столетие на  $10''$ , то в два столетия она уйдет на  $40''$ , в три — на  $90''$  и т. д. Этот вывод хорошо согласовался со всеми известными Лапласу наблюдениями. Объяснение векового ускорения луны — большой триумф Лапласа, так как оно являлось последним важным разногласием в солнечной системе между теорией Ньютона и наблюдениями. Иногда, говоря о Лапласе, современники называли его «человеком, объяснившим причину векового ускорения луны».

Эта блестящая работа Лапласа была первой из многочисленных работ, посвященных им теории луны. Лаплас заново переработал всю теорию луны и сделал здесь еще много замечательных открытий, предсказывая неравенства, о которых не знали астрономы, и обратно, по наблюдениям улучшая теорию, заставляя ее учитывать те факторы, которые

ми она раньше пренебрегала. Он работал в сотрудничестве с венским астрономом Бюром, который, пользуясь формулами Лапласа, составил лунные таблицы, точность которых не оставляла желать лучшего.

Мы остановимся здесь только на двух вопросах, поставленных и блестяще разрешенных Лапласом.

Первый вопрос такой: можно ли по наблюдениям над луной решить вопрос о форме земли? Лаплас дал утвердительный ответ на этот вопрос и вычислил величину земного сжатия. Ход мыслей Лапласа таков: земля управляет движением луны, земля сплюснута, сплюснутое тело действует иначе, чем правильный шар; нужно, следовательно, в теоретических формулах учесть это сжатие земли и посмотреть, какие новые неравенства это вызовет в движении луны. Лаплас произвел такой подсчет и обнаружил, что сплюснутость дает два ощутительных неравенства, которые легко обнаруживаются наблюдениями и которыми можно воспользоваться для определения сжатия земли.

Оба неравенства, которые определяются по наблюдениям, сделанным даже различными астрономическими приборами, дали Лапласу одну и ту же величину сжатия  $= 1/305$ .

Как говорит Лаплас, это сжатие «мало отличается от среднего значения, выведенного по измерениям градусов меридиана и из опытов с качаниями маятников... однако мне кажется, что оно более точно определяется лунными неравенствами, чем этими измерениями»...

Этот вопрос о сжатии земли, имеющий громадное практическое значение <sup>1)</sup>, был им действительно очень счастливо решен, так как новейшие измерения дают для этого сжатия довольно близкую цифру —  $1/297$ .

Второй вопрос таков: можно ли по наблюдениям над луной определить расстояние от земли до солнца? Определение этого расстояния очень существенно для астрономии. Зная его, мы без труда сможем, например, определить расстояние всех планет от солнца, пользуясь третьим законом Кеплера. Это расстояние является основной астрономической единицей длины. Теперь нам известно много способов точного определения этого расстояния. Однако во времена Лапласа был известен лишь способ Галлея, основанный на наблюдении прохождения Венеры по диску солнца из двух достаточно удаленных точек земной поверхности. Ясно, что всякий другой, достаточно точный, менее громоздкий и более надежный <sup>2)</sup> способ определения этого расстояния имел громадное значение. Лаплас показал, что это расстояние может быть определено, если сравнить коэффициент некоторого лунного неравенства, найденный теоретически (в него входит расстояние земли от солнца и радиус земли) с числовым коэффициентом того же неравенства, взятым из наблюдений.

<sup>1)</sup> Знание этого сжатия необходимо при составлении географических карт.

<sup>2)</sup> Прохождение Венеры по диску солнца бывает реже, чем два раза в столетие; наблюдения требуют снаряжения экспедиций, и всегда приходится считаться с риском ничего не измерить вследствие облачной погоды.

Произведя эту операцию, совершенно аналогичную той, которую пришлось производить для определения сжатия земли, Лаплас нашел искомое расстояние. Оно оказалось весьма близким к тому, которое «было выведено многими астрономами из последнего прохождения Венеры».

Мы закончим изложение этих вещей следующими словами Лапласа: «Весьма замечательно, что астроном, не выходя из своей обсерватории и только сравнивая свои наблюдения с анализом, может с точностью определить величину и сплюснутость земли и расстояние этой планеты от солнца и луны,—элементы, познание которых было плодом долгих и трудных путешествий...»

Лунные таблицы Бюрга, которые были составлены при ближайшем участии Лапласа, были все-таки еще полуэмпирическими таблицами, так как некоторые коэффициенты приходилось определять из наблюдений. «Желая изгнать из них всякий эмпиризм и подвергнуть исследованиям других геометров различные деликатные вопросы теории, до которых я дошел первый», Лаплас побудил Академию наук предложить на конкурс 1820 г. составление чисто теоретических таблиц луны.

Премированные таблицы Дамуазо, вычисленные в согласии с «Небесной механикой» Лапласа, не уступали по точности таблицам Бюрга. Как говорит Лаплас, это неоспоримо показало, что «закон всемирного тяготения составляет единственную причину всех лунных неравенств».

Изложим теперь возможно короче историю лунной теории после Лапласа.

Вековое ускорение луны, которое, казалось, окончательно было подчинено закону всемирного тяготения, вновь стало занимать умы астрономов. В середине XIX в. Адамс — знаменитый английский астроном, оспаривающий у Леверрье славу открытия Нептуна — снова взялся за вычисления Лапласа, посвященные этому вопросу, и повел их дальше, принимая во внимание большее количество членов. Адамс нашел, что тот эффект, о котором шла речь, может дать не 10", как нашел Лаплас, а только 6 в столетие. Одновременно, более точная сверка старых и новых наблюдений показала, что на деле надо принять еще большую величину, именно 12". Таким образом, истинная величина оказалась вдвое больше вычисленной Адамсом на основании теории тяготения. Разгорелся весьма оживленный научный спор, так как другие астрономы получили результаты, подтверждавшие результат Лапласа. В конце концов было показано, что Адамс прав, и сейчас считается твердо установленным, что теория движения луны, основанная непосредственно на законе всемирного тяготения, дает, примерно, половину нужной величины векового ускорения. Кроме того, с течением времени выяснилось, что луна позволяет себе и другие «вольности», как будто не вытекающие из закона всемирного тяготения.

Объяснение этих вещей наука ищет совсем на других путях, чем те, которые были нами упомянуты в связи с проблемой Меркурия.



Именно, астрономы пришли к заключению, что эти лунные вольности следует отнести за счет неравномерного вращения самой земли. Эта неравномерность, повидимому, имеет не только, так сказать, постоянный характер, связанный, например, с влиянием приливного трения, но и в известной мере «взрывной» характер, связанный, повидимому, с внезапными перемещениями каких-либо масс внутри земли.

Сейчас же возникает вопрос, почему эти неравномерности сказываются только на луне. На это следует заметить, что луна является объектом, который мы можем наблюдать особенно точно. Невязки, о которых идет речь, столь незначительны, что они лишь с гораздо большим трудом могут быть обнаружены в движениях других светил. Однако в последнее время таких же точно поправок на неравномерность вращения земли потребовали, повидимому, движения солнца, Меркурия и Венеры.

Существующие таблицы движения луны не являются чисто теоретическими, как этого требовал Лаплас. Положения луны, которые дают астрономические справочники, вычисляются при помощи поправок к теоретическим таблицам, — поправок, которые выводятся из наблюдений и которые не объясняются теорией тяготения. Кроме того, при самом составлении теоретических таблиц коэффициенты некоторых периодических неравенств также вычисляются из наблюдений.

## В. КОСМОГОНИЯ

### 1. Космогонические гипотезы Декарта, Канта и Бюффона

Идея происхождения мира из первичного хаоса не нова. Одна из первых космогонических гипотез принадлежит Декарту. Но ему не было известно всемирное тяготение, и космогония его носит чисто спекулятивный характер, хотя в смысле идей эволюции у него есть гениальные прозрения. Кроме того, его идеи происхождения и развития солнечной системы носили характер единичной догадки гениального человека, далеко превышавшего весь современный ему круг идей. Эволюционные идеи Декарта не были достоянием науки того времени. Даже такому уму, как Ньютон, были совершенно чужды какие бы то ни было идеи о развитии солнечной системы. Для него — движения в солнечной системе произошли от «первого толчка», данного богом, и этим Ньютон совершенно удовлетворялся.

Последователь Декарта, Сведенборг, несколько усовершенствовал вихревую космогонию Декарта, но сам по существу не внес ничего нового.

Физика Ньютона, — его открытие закона всемирного тяготения, — так сильно обогатившая сведения о природе, открыла новые возможности для создания космогонических гипотез.

В 1755 г. появилась, без имени автора, книга Канта: «Общая естественная история и теория неба», в которой впервые последовательно развита мысль, что вселенная могла образоваться из первоначального хаоса исключительно вследствие механических причин. «Дайте мне материю, — говорит Кант, — и я построю вам из нее мир». В предисловии к своей книге Кант всячески расшаркивается перед религией, извиняется даже за самый выбор темы, но по существу, по общему духу его книга есть шаг против религии. Книга Канта в большей степени есть создание философа, а не естествоиспытателя. На основании своих философских идей о закономерном развитии материи и об отсутствии какого бы то ни было божественного вмешательства, Кант допускает, что движение могло само возникнуть у покоящейся материи, хотя это допущение и противоречит механике Ньютона.

Во многих отношениях Кант предвосхитил Лапласа, но идеи его не встретили большого внимания. Книга Канта не была известна, по видимому, никому из великих французских механиков XVIII в. — Эйлеру, Клеро, Даламберу и Лагранжу. Не была она известна и просветителям. Нет никаких оснований предполагать, что Лаплас что-нибудь знал о ней. Вся блестящая плеяда французских матема-

тиков, естествоиспытателей и философов того времени шла своим путем.

Как уже было сказано, господствовавшему течению философии Просвещения была чужда идея развития.

Всякая космогония могла бы иметь для материалистов-просветителей только одно значение, именно — полного устранения «первого толчка». Но они уже уничтожили необходимость какой бы то ни было «первопричины» тем, что стали считать движение неотъемлемым свойством материи.

Единственная гипотеза происхождения солнечной системы, созданная во Франции XVIII в. до Лапласа, это — гипотеза Бюффона. Бюффон предполагает, что солнечная система произошла от кометы, упавшей на солнце и вытолкнувшей поток вещества, из которого потом образовались планеты и спутники. Весьма характерно, что эта гипотеза носит характер не постепенного развития, а бурной и случайной катастрофы.

В самом конце XVIII в. во Франции начинают оформляться идея эволюции. Современники Лапласа, Ламарк и Жоффруа Сент-Илер, начинают настойчиво говорить об эволюции видов и о постепенном изменении земной коры.

Изучение солнечной системы достигло большого совершенства, и стал известен ряд обстоятельств, говоривших за общую причину, вызвавшую такое устройство. Механика Ньютона достигла высокой степени развития, ученые приобрели интуицию в ее применениях и получили возможность проводить бо-

лее или менее правдоподобное качественное исследование, не прибегая к детальным подсчетам.

Почва для появления космогонической гипотезы была до известной степени подготовлена.

Но появившаяся гипотеза Лапласа все же не сразу получила признание.

Идеи эволюции не скоро завоевали прочное место в науке. Приблизительно в то же время, когда появилась гипотеза Лапласа, разгорелся горячий спор относительно эволюции в биологии и геологии. Кювье, сторонник постоянства видов, яростно восставал против учения Ламарка и Сент-Илера. И еще в начале XIX в. теория Кювье о претерпеваемых землей катастрофах, после которых акт творения создавал новые виды, победила и была официально признана. Но идеи эволюции в биологии тесно связаны с идеями эволюции в геологии и космогонии. Можно ли мыслить неизменные виды на изменяющейся земле?

В соединении с возникшей биологией, гипотеза Лапласа разрушила представления Кювье и стимулировала развитие идей эволюции: в этом отношении ее роль исключительно велика.

## 2. Космогония Лапласа

В первом издании своей популярной книги «Изложение системы мира», вышедшем в 1796 г., Лаплас высказывает свои идеи о происхождении солнечной системы. Но только в последующих изданиях космогоническая

гипотеза изложена полностью. Лаплас говорит, что выдвигает ее «с недоверием, которое должно внушать все то, что не является результатом наблюдения и вычисления». Изложенная очень кратко, она составляет 7-е примечание к «Изложению системы мира»<sup>1)</sup>.

Рассматривая в той же книге особенности солнечной системы, Лаплас приводит мнение Ньютона, что такое устройство не может быть следствием механических причин, а есть дело рук творца. Лаплас говорит, что он не видит в этом случае больше оснований прибегать к вмешательству бога, чем во многих других, уже исследованных наукой, и обещает дать свое объяснение устройства солнечной системы.

Весь подход Лапласа к космогонической гипотезе ясно показывает его трезвый взгляд, подход ученого.

Он старается подкрепить свои идеи наблюдениями Гершеля над туманностями. «В предполагаемом нами первоначальном состоянии солнца, — говорит он, — оно должно было походить на туманности, которые телескоп нам показывает состоящими из более или менее яркого ядра, окруженного туманной оболочкой, которая, конденсируясь на поверхности ядра, превращает его в звезду».

<sup>1)</sup> Существует совершенно ложное мнение, будто бы Лаплас «математически обосновал» гипотезу Канта. Не говоря уже о том, что Лаплас ничего не знал о работе Канта, никак нельзя сказать, что Лаплас подверг математической обработке даже свою собственную теорию: это чисто качественное построение, не содержащее ни одной математической выкладки.

Лаплас высказывает совершенно ясное понимание эволюции в природе: «Бесчисленные виды исчезнувших животных, — говорит он, — разве не указывают на стремление к изменению в вещах, повидимому, самых неизменных? Величина и значение солнечной системы не должны исключать ее из этого общего закона».

К изложению космогонической гипотезы Лапласа, или, еще иначе, «небулярной гипотезы», мы сейчас и перейдем.

Условимся направление, в котором вращается солнце, называть прямым, а противоположное ему — обратным. Будем, кроме того, вращение планет и спутников вокруг их оси называть просто вращением, а движение планет по своим орбитам (и движение спутников по их орбитам вокруг планет) вокруг солнца — обращением.

Те наблюдения, которые имел в своем распоряжении Лаплас, давали следующую картину движений в солнечной системе:

1) все планеты двигаются по своим орбитам в прямом направлении (т. е. в том же направлении, в каком вращается солнце);

2) обращение спутников вокруг планет происходит тоже в прямом направлении;

3) все планеты и спутники вращаются в прямом направлении;

4) плоскости орбит всех планет и спутников почти совпадают с плоскостью солнечного экватора;

5) орбиты планет и спутников почти круговые (их эксцентриситет очень невелик);

6) у кометных орбит большой эксцентриситет, и плоскости их наклонены под любыми углами к плоскостям планетных орбит.

«Столь замечательное явление далеко не случайно, — говорит Лаплас, — оно указывает на общую причину, которая определила эти движения».

По Лапласу, начальное состояние солнечной системы — огромная раскаленная газобразная туманность, вращающаяся в том же направлении, в каком теперь вращается солнце. Она состояла из сравнительно плотного центрального ядра, ставшего впоследствии солнцем, и крайне разреженной атмосферы, окружавшей это ядро. Туманность заполняла все пространство, занятое теперь солнечной системой, и простиралась за современные орбиты самых далеких планет. Она имела форму шара, сплюснутого у полюсов (вследствие вращения), и вращалась как одно целое, как твердое тело.

Лаплас не считает такую туманность первой стадией развития солнечной системы. Он полагает, что этому состоянию туманности предшествуют другие. Но ни этими предшествующими состояниями, ни тем, как возникли вращение туманностей и ее высокая температура, Лаплас не занимается.

Итак, исходная туманность Лапласа — горячий газобразный шар, со сравнительно плотным ядром в центре (солнцем), вращающийся вокруг некоторой оси как одно целое.

В точках поверхности туманности центробежная сила, возникшая от вращения,

уравновешивается тяготением (силой притяжения к центральному ядру).

Охлаждаясь с поверхности благодаря лучепусканию, туманность сжимается, и по законам механики скорость вращения ее увеличивается. Туманность сплющивается все больше и больше и, наконец, принимает форму чечевицы с острым ребром по экватору. Одновременно вследствие увеличения скорости вращения увеличивается и центробежная сила; точки, являющиеся границей туманности, т. е. такие, в которых центробежная сила уравновешивается силой тяготения, перемещаются ближе к центру солнца.

Здесь следует наиболее слабое место гипотезы Лапласа, именно — образование колец.

По мнению Лапласа, по мере сжатия туманности и увеличения скорости ее вращения от ее экватора, где центробежная сила наибольшая, слой за слоем отделяются молекулы. Отделившиеся молекулы не разлетаются в разные стороны, потому что их центробежная сила уравновешивается силой тяготения, а продолжают самостоятельно вращаться вокруг солнца. Они образуют нечто вроде газобразного «блина», лежащего в экваториальной плоскости туманности и являющегося продолжением ее экватора. Этот «блин», по мере того как он образуется, распадается на отдельные концентрические газовые кольца, разделенные значительными промежутками. Трение внутри каждого образовавшегося кольца устанавливает одинаковую угловую скорость для всех его молекул, газовое коль-

цо начинает вращаться как одно целое, как твердое тело.

Таким образом первоначальная туманность Лапласа превращается в систему, состоящую из центрального ядра (солнца) и ряда концентрических газовых колец, разделенных большими промежутками.

Ниже мы еще остановимся несколько на образовании этих газовых колец, когда будем говорить о критике и переработках гипотезы Лапласа. Сам Лаплас не дает сколько-нибудь подробных указаний о механизме образования колец; он ограничивается лишь очень немногими словами, рисующими образование колец в очень общих чертах.

После того как туманность разбилась на кольца, по Лапласу, начинают образовываться планеты.

Весьма мало вероятно, что образовавшиеся газовые кольца будут совершенно однородны. Такая равномерность строения могла встретиться чрезвычайно редко. В каждом кольце некоторые его части должны были случайно быть более плотными, чем другие. Такое местное уплотнение (в силу того, что оно притягивает сильнее, чем менее плотные места) понемногу стягивает к себе окружающее его вещество кольца. Туманное кольцо распадается на отдельные шаровидные комки. Эти газовые комки продолжают обращаться вокруг солнца в том же направлении и с той же угловой скоростью, как и породившее их газовое кольцо.

Если газовое кольцо распалось на несколько комков приблизительно одинаковой массы,

то впоследствии каждый из них сгустится в отдельное твердое тело. Так образовались малые планеты — астероиды. Но если один из комков кольца значительно большей массы, чем все остальные, то он с течением времени притянет к себе все остальные комки. В этом случае — наиболее частом — из кольца образуется одна планета.

Происхождение вращения планет Лаплас объясняет следующим образом.

Каждое газовое кольцо вращалось как одно целое. Поэтому (линейные) скорости его молекул были тем больше, чем дальше молекулы находились от его центра (от солнца). Те же скорости молекул сохранились и после того, как кольцо распалось и превратилось в газообразную планету. Поэтому более далекая от солнца точка газообразной планеты имела скорость большую, чем ее центр, а более близкая — меньшую. В результате газовая планета начинает вращаться в прямом направлении.

Далее, все то, что происходило с солнечной туманностью, в малом происходит с газообразной планетой (так как она — почти точная копия солнечной туманности, только в уменьшенном размере): она охлаждается, сжимается, в центре ее появляется (вследствие сжатия) ядро. Скорость вращения газовой планеты по мере сжатия увеличивается, от нее отделяются кольца, из которых затем образуются спутники. Направление вращения колец, а потом направления вращения и обращения спутников — все прямые.

В кольце Сатурна Лаплас видел случай очень однородного кольца, не распавшегося на комки.

«Если бы образование солнечной системы происходило с совершенной правильностью, то орбиты составляющих ее тел были бы окружностями, плоскости которых, так же как и плоскости различных экваторов и колец, совпадали бы с плоскостью солнечного экватора. Но вполне понятно, что бесчисленные различия, существовавшие в температуре и плотности этих огромных масс, должны были породить эксцентриситеты их орбит и отклонение их движения от плоскости солнечного экватора.

В нашей гипотезе кометы не принадлежат к планетной системе. Принимая их за небольшие туманности, странствующие от одной солнечной системы к другой и образовавшиеся вследствие сгущения туманного вещества, обильно разлитого во Вселенной, мы видим, что, когда они достигают той части пространства, в которой преобладающим является солнечное притяжение, оно заставляет их описывать эллиптические и гиперболические орбиты. Но так как их скорости одинаково возможны по всем направлениям, они должны двигаться безразлично во все стороны и при всевозможных наклонениях к эклиптике, что и подтверждается наблюдениями.

Таким образом, сгущение туманного вещества, при помощи которого мы объяснили вращение и обращение планет и спутников в одинаковом направлении и почти в одной плоскости, объясняет также, почему движе-

ния комет уклоняются от этого общего закона».

Влияние космогонической гипотезы Лапласа на науку огромно; в продолжение столетия она неограниченно господствовала над умами. Долгое время все последующие работы по космогонии не приносили по существу ничего нового: они занимались лишь обработкой, детализацией гипотезы Лапласа, некоторыми видоизменениями ее, чтобы уложить в нее новые противоречившие ей факты. В XIX в. она была принята геологами, почти официально признана.

Гипотеза Лапласа чрезвычайно привлекательна своей простотой и единообразием объяснения. Произведенный в 40-х гг. XIX в. опыт Плато<sup>1)</sup> еще увеличил ее правдоподобие. Лучшие умы XIX в. отдавали ей дань признания. Гельмгольц считал небулярную гипотезу счастливейшим достижением естествознания, и Пуанкаре находил, что она лучше всех других появившихся в XIX в. космогоний рисует образование солнечной системы.

Новые наблюдения и критика подточили ее понемногу и лишили ее той почти достовер-

ности, которую она имела первое время после своего возникновения. Теперь мы знаем, что небулярная гипотеза неприемлема. Но ведь ценность ее не в том, что она абсолютно точно нарисовала картину образования солнечной системы. Даже при современном состоянии астрономии мы не можем надеяться на успех в этом направлении. Трудности проблемы мироздания вообще так велики, и она и в настоящее время еще так далека от разрешения, что Джинс (современный астроном) говорит, что «время для выводов в космогонии еще не пришло».

Заслуга Лапласа не в том, что он дал безосновательную картину происхождения солнечной системы, а в том, что он один из первых пробил брешь в представлении неизменяющегося, неразвивающегося мира. Кроме того, своей гипотезой Лаплас создал научную космогонию. Все предшествовавшие космогонии (не исключая даже Канта) были фактически лишь гениальными догадками. Лаплас первый поставил этот вопрос в плоскость науки. Он дал громадный толчок в этом направле-

провоки форму. Если теперь начать вращать диск, то он сообщит вращение и маслу. Масляный шар начнет сплющиваться и при достаточно быстром вращении разделится от диска в виде кольца. При каких-нибудь малейших влияниях кольцо разбивается на капли, которые продолжают вращаться вокруг диска и в то же время вращаются каждая вокруг своей оси. Плато видел в своем опыте полную аналогию с образованием солнечной системы и считал, что он подтверждает гипотезу Лапласа. Мы знаем теперь, что в опыте Плато очень большую роль играют силы поверхностного натяжения, совершенно отличные от тяготения.

<sup>1)</sup> Опыт Плато заключается в следующем: алкоголь и вода перемешиваются в такой пропорции, чтобы получилась смесь, имеющая плотность оливкового масла. Если затем в эту смесь осторожно впустить некоторое количество оливкового масла, то оно примет форму шара и будет плавать в жидкости, не падая и не опускаясь, — оно фактически будет свободно от действия силы тяжести. Затем к этому масляному шару осторожно подводят проволоку, на конце которой насажен небольшой круглый диск. Масло собирается около диска и принимает сферическую, симметричную относительно

ний, стимулировал дальнейшее развитие космогонии.

Но даже и помимо этого он схватил некоторые такие черты действительности, которые и до сих пор не потеряли своего значения. Об этом мы будем говорить впоследствии. Сейчас же мы займемся судьбой гипотезы Лапласа и теми работами, которые она вызвала к жизни.

### 3. Возражения против космогонии Лапласа

Новые открытия, не укладывавшиеся в гипотезу Лапласа, были сделаны очень скоро. Все внимание Лапласа было устремлено на то, что в солнечной системе все движения происходят в прямом направлении, главной целью его гипотезы было объяснить это единообразие движения. Но уже в 1797 г. Гершель нашел, что два спутника Урана движутся в обратном направлении. Трудно думать, что Лаплас не знал этого факта; но он почему-то совершенно игнорирует его, быть может, считая его сомнительным (хотя авторитет Гершеля как наблюдателя был и в то время очень велик). Быть может Лаплас был настолько уверен в верности своего объяснения происхождения солнечной системы, что не доверял этому факту.

В XIX в. было установлено не только обратное движение спутников Урана, но также и обратное движение спутника Нептуна. Теперь известно, что в обратном направлении движутся два крайних спутника Сатурна и край-

ний спутник Юпитера, в обратном же направлении вращаются Уран и Нептун.

Было найдено, что спутник Марса Фобос и внутренняя часть кольца Сатурна обращаются вокруг своих планет быстрее, чем эти последние вращаются. «Так как все тела, движущиеся вокруг планеты,—говорит Лаплас,—возникли из последовательно покинутых зон ее атмосферы и скорость ее вращения все увеличивалась, то продолжительность ее вращения должна быть меньше продолжительности обращения ее различных спутников, что имеет место также и для солнца по отношению к планетам». Так что такое неравномерное движение Фобоса и внутренней части кольца Сатурна несовместимо с представлениями Лапласа.

Значительные углы между плоскостями орбит и плоскостями экваторов у многих планет тоже не объясняются его гипотезой. В кольцах Сатурна Лаплас видел одно из наиболее сильных подтверждений своей гипотезы: «Равномерное распределение массы колец Сатурна около его центра и в плоскости его экватора, — говорит он, — естественно вытекает из этой гипотезы и без нее было бы необъяснимо; эти кольца, мне кажется, служат наглядным доказательством первоначальной атмосферы Сатурна и ее последовательных отступлений».

Но как раз кольца Сатурна, как выяснилось впоследствии, совершенно не могут быть объяснены так, как думал Лаплас. Во-первых, как уже было сказано, скорость обращения его внутренних частей больше скорости вра-



щения Сатурна, а во-вторых, было найдено, что оно не жидкое или газообразное, как думал Лаплас, а метеоритного строения, т. е. состоит из крошечных планет, движущихся по законам Кеплера.

Движения в прямом направлении остались преобладающими в солнечной системе, но все же найденные обратные движения не могли быть объяснены гипотезой Лапласа.

В середине XIX в. французский астроном Рош предпринял математическую разработку (поскольку это возможно) гипотезы Лапласа и ввел в нее некоторые поправки.

Об отделении колец от туманности Лаплас говорит очень немного и не дает никаких подробностей. Рош, стараясь пополнить этот пробел, полагает, что образование колец идет прерывно: периоды охлаждения туманности чередуются с периодами отделения колец. Кроме того, Рош предполагает, что одновременно с внешними кольцами Лапласа образуются кольца внутри туманности, которые вращаются скорее, чем сама туманность. Этими внутренними кольцами Рош объясняет некоторые факты: он полагает, что близкие к планете части кольца Сатурна, а также спутника Марса—Фобос, образовались из таких внутренних колец, чем и объясняются их ненормально быстрые обращения. Мы не будем подробно останавливаться на этих поправках Роша. Обратные движения в солнечной системе Рош оставляет без рассмотрения.

Большую роль в дальнейшей судьбе небулярной гипотезы сыграли работы Джорджа Дарвина о приливном трении, появившиеся

в конце прошлого столетия. Эти работы внесли некоторые добавления в гипотезу Лапласа, а впоследствии приливным трением даже, пожалуй, несколько злоупотребляли для объяснения обратных движений.

Мы изложим сейчас вкратце работы Дж. Дарвина.

Представим себе планету, либо покрытую водой, либо еще находящуюся в жидком состоянии (состоящую из расплавленных горных пород). Если бы на эту жидкую планету не действовали никакие внешние силы, то она бы приняла шарообразную (при наличии вращения, несколько сплюснутую у полюсов) форму. Но притяжение других тел вызывает на жидкой планете явление приливов, жидкая планета деформируется. Если для простоты предположить, что планета подвержена притяжению только одного тела, то под действием этого тела планета вытянулась бы.

Предположим теперь, что либо планета, либо тело, действующее на нее, двигаются (например, планета вращается вокруг своей оси). Если бы жидкость, составляющая или покрывающая планету, была идеальной, то высшие точки прилива (со стороны планеты, обращенной к притягивающему телу, и с противоположной стороны) лежали бы всегда на одной прямой с влияющим телом и следовали бы за ним в его движении. Но так как реальные жидкости обладают вязкостью (или внутренним трением), то приливная волна несколько запаздывает. Это трение приливной волны оказывает сильное влияние на судьбу небесных тел. Мы изложим здесь в общих

чертах приливную эволюцию планет и их спутников, как ее представляет Дж. Дарвин.

Если жидкая планета, движущаяся вокруг солнца, вращается вокруг своей оси в меньший промежуток времени, чем тот, в который она делает полный оборот по орбите, то трение солнечных приливов постепенно замедляет ее вращение и удаляет ее от солнца. В системе, состоящей из планеты и спутника, в которой планета вращается быстрее, чем обращается спутник, трение приливов от спутника будет замедлять вращение планеты. В свою очередь, действие планеты на спутника скажется в том, что спутник будет удаляться от планеты по развертывающейся спирали<sup>1)</sup>, и время обращения его вокруг планеты все увеличивается. Если же спутник обращается вокруг планеты быстрее, чем эта последняя вращается, то действие будет как раз обратное: спутник будет приближаться к планете, а скорость вращения планеты будет увеличиваться. Приливное трение оказывает также влияние на наклонения планетных осей к плоскостям их орбит и на эксцентриситеты орбит. Именно, трение приливов увеличивает и те и другие.

Здесь нет возможности подробно останавливаться на этих очень интересных работах Дарвина. Они имеют совершенно самостоятельную ценность, но нас они интересуют только постольку, поскольку они имеют отношение к гипотезе Лапласа.

---

<sup>1)</sup> Эта спираль, конечно, развертывается чрезвычайно медленно.

Действием приливов Дарвин объясняет (и убедительнее, чем Рош) особенности движения спутника Марса—Фобоса и наклонение плоскости экватора к плоскости орбиты у Марса и Юпитера.

Вот как представляет Дарвин приливную эволюцию системы Марса: если даже после того, как Фобос образовался, он обращался медленнее, чем вращался Марс, трение солнечных приливов со временем сравняло время вращения планеты и обращения спутника, а затем солнечные приливы еще уменьшили скорость вращения планеты, и таким образом время обращения спутника стало меньше времени вращения планеты.

Влиянием приливного трения Дарвин объясняет также отсутствие спутников у Меркурия и Венеры: ввиду близости этих планет к солнцу, солнечные приливы должны были быть очень сильными: они настолько замедлили вращение этих планет, что кольца не могли отделиться.

Однако объяснить значительные наклонения плоскостей экватора к плоскостям орбит у Земли, Сатурна, Урана и Нептуна влиянием солнечных приливов Дарвин считает невозможным.

Работы Дарвина, хотя и дополнили несколько гипотезу Лапласа и давали объяснение некоторым фактам, оставляли совершенно нерешенным вопрос об обратных движениях в солнечной системе. Но слишком велико было обаяние гипотезы Лапласа, чтобы ее отвергли без попыток каких-нибудь новых поправок, могущих объяснить обратные

движения. Такие поправки были предприняты Страттоном и Пуанкаре. И тот и другой считали действие приливов несравненно более сильным, чем думал Дарвин, и на этом действии основывали свои дополнения.

Страттон предполагает, что молекулы, отделившиеся от туманности, не образуют вследствие трения сплошного вращающегося как одно целое кольца (что вообще мало вероятно, так как при такой колоссальной разреженности трение не может оказать значительного действия), а продолжают двигаться самостоятельно, по законам Кеплера. При таком движении скорости молекул тем меньше, чем дальше молекулы от центра кольца (от солнца). Такое распределение скоростей в кольце должно было после его распада породить обратное вращение планет. Таким образом, по Страттону, сначала все планеты вращались в обратном направлении. Но с течением времени трение солнечных приливов, действие которых, по мнению Страттона, несравненно более сильно, чем по теории Дарвина, превратило обратное вращение в прямое.

Пуанкаре из теоретических соображений пришел к заключению, что вращение планет вообще не зависит от распределения скоростей молекул кольца; по его мнению, эти скорости носят кратковременный характер и не оказывают никакого влияния на вращение образовавшейся из кольца планеты.

Пуанкаре предполагает, что вращение планет образовалось иначе. Представим себе, что кольцо разбилось на две массы, расстояния

которых от солнца несколько различны. По закону Кеплера, более близкий комок имеет скорость большую, чем более далекий: первый догоняет второй, ударяется и слипается с ним. Новая, слившаяся из двух прежних, масса будет вращаться в обратном направлении, так как ее внешние части (т. е. дальше находящиеся от солнца) имеют скорость меньшую, чем внутренние.

Итак, начальное вращение всех планет обратное. Но затем действие солнечных приливов превратило обратное движение в прямое. У далеких планет Урана и Нептуна действие солнечных приливов было очень слабым, и поэтому вращение их осталось обратным. Обратное движение спутников Юпитера и Сатурна объясняется тем, что они образовались в то время, когда планеты вращались в обратную сторону. Солнечные приливы продолжали оказывать свое действие на планету и превратили ее движение в прямое, и поэтому позже образовавшиеся спутники двигаются в прямом направлении. Это согласуется с тем, что обратным движением обладают спутники, наиболее далекие от планеты.

Образование колец Пуанкаре представляет себе так же, как Рош: кольца отделяются через некоторые промежутки времени, и таким образом получается система колец, разделенных значительными расстояниями.

Вот в общих чертах те поправки и изменения, которым подверглась гипотеза Лапласа за последнее столетие. Нужно сказать, что все эти идеи весьма спорны, --- в частно-

сти, то громадное влияние на судьбу солнечной системы, которое приписывали приливному трению не сам Дарвин, а Страттон и Пуанкаре. Сложность и неопределенность задачи делает понятным все разнообразие более или менее правдоподобных объяснений одних и тех же фактов (так, например, быстрое движение Фобоса Рош объясняет тем, что он образовался из внутреннего кольца, а Дарвин — действием приливов).

Одни поправки и видоизменения гипотезы Лапласа, конечно, не характеризуют полностью космогонию XIX в. Появлялись космогонические гипотезы, не имеющие ничего общего с лапласовой<sup>1)</sup>. Но все же нужно сказать, что долгое время главную роль играли именно эти видоизменения гипотезы Лапласа.

В некоторых пунктах эти поправки спасали положение, но все же даже сильно измененная гипотеза Лапласа продолжала стоять перед рядом непреодолимых трудностей. Одним из наиболее слабых ее пунктов все-таки оставалось образование колец. Сам Лаплас почти ничего не говорит об этом, а тот механизм отделения колец, который предлагают Рош и Пуанкаре, чрезвычайно натянут и сомнителен. Трудно представить, что при непрерывном охлаждении и сжатии туманности кольца отделялись прерывно, через некоторые промежутки времени. Гораздо вероятнее, что молекулы отделялись от туманности непрерывно — как, повидимому, пред-

полагал и сам Лаплас. Но тогда нужно ожидать не образования больших планет, разделенных значительными промежутками, а последовательных роев маленьких планеток вроде астероидов. Сгущение кольца в одну большую планету тоже встречает трудности. Мультион показал, что даже при самых благоприятных условиях строения кольца должно было сгуститься не в одну, а в три планеты с общей орбитой. Но вообще сомнительно, чтобы газовое кольцо могло сгуститься в планету; упругость газов и влияние солнечных приливов оказывали бы сильное действие, противоположное притяжению частиц, и противодействовали бы сгущению.

Вопрос об обратных движениях тоже остается спорным. Такое огромное действие приливного трения, которое предполагают Страттон и Пуанкаре, не слишком правдоподобно.

Гипотеза Лапласа подверглась еще многим другим возражениям. Мы не будем останавливаться на них. Скажем еще только об одном из самых, быть может, тяжелых возражений против гипотезы Лапласа, — именно, что в ней не соблюдается закон постоянства момента количеств движения. На подробностях этого возражения мы останавливаться не будем, так как это требует знания механики. Но вот, примерно, что означает это возражение: зная массы и движения тел в современной солнечной системе и делая некоторые предположения (относительно распределения плотности в первичной туманности), мы можем по законам механики рассчитать скорость вращения первичной туманно-

<sup>1)</sup> Например, гипотеза захвата Си.

сти, полагая, что на нее с тех пор не действовало никакое постороннее тело. Оказывается, что даже при самых благоприятных предположениях (из возможных, конечно) первичная туманность все же должна была вращаться слишком медленно для того, чтобы от нее могли отдделиться кольца: туманность с такой скоростью вращения понемногу сжималась бы от охлаждения и превратилась бы в звезду или солнце, правда, вращающуюся вокруг своей оси быстрее, чем первоначальная туманность, но без свиты планет и спутников.

Ввиду этого последнего обстоятельства, т. е. малости момента количеств движения солнечной системы, космогонические гипотезы последнего времени приписывают возникновение солнечной системы влиянию постороннего тела, прошедшего вблизи первичного солнца. Такова планетезимальная гипотеза Мультона и Чемберлина, появившаяся в начале XIX в., и гипотеза, несколько позже выдвинутая современным астрономом Джинсом.

Основная идея этих гипотез заключается в том, что проходившее вблизи первичного солнца постороннее тело действием своего притяжения вырвало из первичного солнца поток вещества, из которого затем образовались планеты и спутники. Гипотеза Джинса много лучше объясняет некоторые особенности солнечной системы, чем гипотеза Мультона и Чемберлина. Но и она стоит перед рядом затруднений, и ее еще никоим образом нельзя считать сколько-нибудь окончатель-

ным решением проблемы происхождения солнечной системы. Мы не будем поэтому останавливаться на них<sup>1)</sup>.

Астрономия XX в., т. е. современности, существенно отличается от астрономии XVIII в. Во времена Лапласа знание мира по необходимости, ввиду слишком ничтожных средств наблюдения, ограничивалось почти исключительно одной солнечной системой. Современная астрономия характеризуется колоссальным развитием звездной астрономии. Кроме того, астрономия XVIII в. была по существу небесной механикой; кроме механических процессов, учитывались, да и то очень слабо, только тепловые процессы. Современная астрономия тесно связана с астрофизикой, физические и химические процессы занимают в ней теперь огромное место. С точки зрения Лапласа всякая проблема развития небесных тел сводится к происхождению солнечной системы. Предполагалось, что все другие небесные объекты более или менее сходны с солнечной системой. «Аналогия, которая побуждает нас сделать из каждой звезды центр планетной системы,—говорит Лаплас,—приобретает правдоподобие благодаря гипотезе, предложенной нами относительно образования звезд и солнца, ибо ввиду того, что по этой гипотезе каждая звезда подобно

---

<sup>1)</sup> Попытку обойти трудности, связанные с законом постоянства момента количества движения, не вводя влияния постороннего тела, представляет космогоническая гипотеза русского астронома Фесенкова. Недостаток места не позволяет останавливаться на ней.

солнцу была первоначально окружена обширной атмосферой, естественно приписывать этой атмосфере те же действия, как и солнечной, и предполагать, что из нее возникли вследствие ее сгущения планеты и спутники». И долгое время все последующие космогонисты занимались исключительно солнечной системой, в скрытой или явной форме считая, что все небесные объекты аналогичны ей. Современная астрономия не смотрит на образования, подобные солнечной системе, как на нечто характерное для звездного мира.

Запас наблюдений над звездной вселенной, накопленный в настоящее время, очень велик по сравнению с XVIII в. Но и сейчас наши телескопы еще слишком слабы для того, чтобы можно было обнаружить образования, аналогичные солнечной системе; до сих пор мы знаем во всей вселенной только одно такое образование — именно нашу солнечную систему. В гипотезах об эволюции звезд или туманностей мы все время справляемся с тем, что нам дает наблюдение; у нас перед глазами есть огромное количество объектов, находящихся на различных стадиях развития. Правда, случалось, что ранние стадии считали наиболее поздними<sup>1)</sup>, но все же в гипотезах об эволюции многих образований (звезд, туманностей) мы все время находимся под контролем наблюдений. Все же космогонические гипотезы, касающиеся солнечной системы, имеют в своем распоряжении только ее одну.

<sup>1)</sup> Так случилось в классификации звезд.

В недавнее время появились работы современного астронома Джинса об эволюции одного очень многочисленного класса туманностей.

Из известных нам небесных объектов подавляющая часть представляет собой, так сказать, нормальные образования; мы можем до известной степени нарисовать картину их развития от туманности до звезды. Сравнительно небольшое число классов среди небесных объектов представляются нам «ненормальными», их природа и поведение — до известной степени загадочными: таковы планетарные туманности, переменные звезды и некоторые другие.

Среди «нормальных» объектов очень часто встречаются так называемые туманности правильной формы: формы эллипса, чечевицы, спиральные туманности. Эти последние имеют центральное ядро и две исходящие из него спиральные ветви. Некоторые космогонисты видели в спиральных туманностях прообраз нашей солнечной системы. Но современные наблюдения в этом отношении дают совсем другую картину: спиральные туманности, во всяком случае, — образования совсем другого порядка, чем наша солнечная система. Есть много оснований думать, что млечный путь (солнце входит в него как одна из звезд) есть спиральная туманность.

Наблюдения над чечевице- или веретенно-образными туманностями обнаружили, что они вращаются около некоторой оси. Исследования Джинса касаются именно эволюции этих туманностей; во многих своих чертах эволюция этих туманностей очень сходна с

той картиной, которую дал Лаплас для образования солнечной системы. От излучения и охлаждения такая туманность все больше сжимается и все скорее вращается. Когда она примет форму чечевицы, то наступает время, когда она больше не может сплющиваться, и от ее экватора так же, как думал Лаплас, начинают отделяться молекулы. Но тут есть некоторая существенная разница. Лаплас рассматривал свою туманность так, как если бы она была совершенно изолирована от влияния других тел. Но в действительности на туманность всегда влияют окружающие ее (хотя бы и очень далекие) тела и вызывают на ней приливы и отливы (хотя бы и очень слабые). Вещество туманности начинает отделяться как раз от наивысших точек прилива и располагается по спиральным ветвям.

Мы уже говорили выше, что одно из существенных возражений против гипотезы Лапласа заключается в том, что отделившееся от первичной солнечной туманности вещество не может сгуститься в планету. Упругость газов, несравненно более сильная, чем взаимное притяжение частиц, заставляла бы рассеиваться молекулы (при масштабе солнечной туманности).

Но при огромных размерах спиральных туманностей взаимное притяжение начинает преобладать над стремлением газа к расширению. Выброшенная из туманности материя сливается в отдельные струи. Из теоретических подсчетов (при некоторых предположениях) Джинс нашел, что эти газовые струи должны распасться на отдельные сгустки,

капли. По подсчетам, масса этих газовых сгустков оказывается порядка масс звезд.

Таким образом, концепции Лапласа нашли в известной мере подтверждение не в солнечной системе, а в огромных образованиях звездного мира характера млечного пути.

Казалось бы, естественно думать, что объекты, подобные нашей солнечной системе, образуются совершенно аналогичным же образом, т. е. отдельные газовые сгустки ведут себя так же, как и огромная первоначальная спиральная туманность: они вращаются, сплющиваются, затем от их экватора начинает отделяться вещество и газовый сгусток превращается в спиральную туманность, — конечно, неизмеримо меньших размеров, чем первоначальная; затем из спиральных ветвей образуются планеты, и, повторяя тот же процесс для планет, мы могли бы объяснить происхождение спутников.

Но такой простой единообразной картине противоречат и теоретические исследования и наблюдения. Как мы уже говорили, газовая звезда, которая могла бы породить именно нашу солнечную систему, должна была бы вращаться слишком медленно для того, чтобы от нее вообще могли бы начать отделяться молекулы. Но даже, если бы газовая звезда вращалась достаточно быстро, дальнейшего ее развитие не могло бы дать образования, подобного солнечной системе. Молекулы, отделившиеся по мере сжатия от такой газовой звезды, не могли бы, как мы уже говорили, сгуститься в планету, а образовали бы лишь очень разреженную атмосферу. Сама

же звезда продолжала бы сжиматься все больше и больше. Когда она сожмется до некоторой определенной степени, ее постигнет катастрофа—она разделится на две звезды с не слишком сильно различающимися массами, которые начнут двигаться одна вокруг другой. Известно, что очень большая часть звезд—около половины—именно такие двойные. Может случиться, что каждая из двух образовавшихся звезд разделится на две, и т. д.

Но во всяком случае в этом «нормальном» ходе эволюции звезд, в этой обыкновенной их истории мы не найдем образования, подобного солнечной системе.

Эти исследования об эволюции спиральных туманностей, о «нормальном» развитии звезд и малость момента количества движения солнечной системы привели к взгляду на образования, подобные солнечной системе, как на аномальные, редкие явления в звездной вселенной. Мы уже говорили о гипотезах происхождения солнечной системы Мультона—Чемберлина и Джинса, приписывающих происхождение солнечной системы близкому прохождению постороннего тела мимо первичного солнца. Но такое близкое прохождение двух звезд очень мало вероятно, это может случиться чрезвычайно редко. Поэтому и образования, подобные солнечной системе, редки и исключительны.

## VI. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Теория вероятностей — наука, которая получила в настоящее время большое развитие и имеет применение в самых разнообразных областях, — родилась из азартных игр. Вопрос о выгодности той или другой игры, о величине ставки различных игроков — вот первые задачи, которые ставились в ней. Наиболее известная — простейшая игра, основанная на законе случая, — это игра в «орел и решку»: спрашивается, сколько шансов против и сколько за то, что выпадет орел? Очевидно, что если монета сделана ровно, так что центр тяжести ее лежит в геометрическом центре, то мы будем иметь совершенно одинаковое число шансов как за выпадение орла, так и за выпадение решки. Поэтому, принимая во внимание, что мы имеем два совершенно равновероятных или «равновероятных» случая, мы можем приписать в пользу каждого из этих событий по одному шансу, или, как говорят, по одной статочности; если мы затем условимся называть «вероятностью» события отношение числа статочностей, благоприятствующих этому событию, к числу всех статочностей, — то мы получим вероятность, равную половине, для выпадения орла, такую



же вероятность для выпадения решки и вероятность  $\frac{2}{2}$ , равную 1, для достоверного

факта, что при бросании монеты выпадет либо орел, либо решка; наконец, мы будем иметь вероятность, равную нулю, для невозможного факта — что при бросании монеты не выпадет ни орла ни решки.

Более общий случай представляется при решении задачи об урне с шарами: пусть в урне имеется  $n$  белых и  $m$  черных шаров, причем шары тщательно перемешаны; спрашивается, какова вероятность того, что, вынимая из урны один шар наугад, мы возьмем именно белый? Число статочностей в этом случае равно числу шаров в урне. Мы, таким образом, имеем всего  $n+m$  статочностей, из которых появлению белого шара благоприятствует  $n$ . Вероятность появления белого шара равна, следовательно  $\frac{n}{n+m}$ ; веро-

ятность появления черного шара равна  $\frac{m}{n+m}$ , и вероятность появления либо черного, либо

белого шара равна  $\frac{n+m}{n+m} = 1$ . Задачу с ур-

ной можно всячески усложнять; можно, например, представить себе урну, содержащую шары различных цветов, и решать задачи о вероятности появления шара определенного цвета или появления шара какого-нибудь из нескольких заданных цветов, или о появлении нескольких шаров определенного цвета и т. д. и т. д. Вообще схема урны

с шарами настолько гибка, что в конечном счете всякая задача теории вероятностей с конечным числом статочностей может быть сведена к этой схеме — вынимания шаров из урны.

Из решения, в сущности, мелких задач и стала создаваться, сначала совершенно хаотически, теория вероятностей.

Первыми математиками, которые стали заниматься теорией вероятностей, были Паскаль и Ферма. Они решали достаточно сложные задачи, связанные все еще с играми, но применили к ним метод <sup>1)</sup>, который до сих пор является чрезвычайно удобным при решении частных вопросов в теории вероятностей. Вслед за работами Паскаля и Ферма теория вероятностей стала получать некоторые права настоящей науки и находить применение в области общественных наук. Галлеем была составлена первая таблица смертности, и таким образом положено начало статистике. Развитие теории вероятностей и накапливаемый статистикой материал подготовили почву для работ математика Якова Бернулли, теорема которого является одним из краеугольных камней теории вероятностей.

Теорема Бернулли рассматривает вопрос об особой закономерности в ряду бесконечно увеличивающегося числа опытов, результаты которых зависят от случая.

Рассмотрим для примера игру в орла и решку, о которой мы уже говорили. Вероят-

<sup>1)</sup> Исчисление конечных разностей.

ность выпадения орла, как мы видели, равна  $\frac{1}{2}$ . Пусть теперь монета бросается очень много раз под ряд; будем следить за отношением числа выпадений орла  $m$  к числу всех бросаний монеты  $n$ :  $\frac{m}{n}$ ; посмотрим, как ведет себя эта дробь, когда число бросаний увеличивается. Естественно предположить, что число выпадений орла будет составлять приблизительно половину числа бросаний. В самом деле, — чрезвычайно мало вероятно, чтобы, например, из ста бросаний монеты один раз выпал орел, а остальные пришлись на решку, или из 1.000 бросаний, примерно, 30 или 50 пришлось на решку, а остальные на орла. Кажется весьма вероятным, что дробь  $\frac{m}{n}$  достаточно близка к  $\frac{1}{2}$ . Рассмотрим еще один более убедительный пример. Пусть урна содержит сто тщательно перемешанных шаров, среди которых 99 черных и один белый. Мы вынимаем один шар, отмечаем его цвет, затем кладем его назад, и вновь тщательно перемешиваем шары в урне. Такое вынимание повторяем очень большое число раз — примерно, 1.000. Спрашивается, каково будет отношение числа вынутых белых шаров к числу всех вынутых шаров? Естественно для всякого здравомыслящего человека сказать, что белый шар выходил гораздо реже, чем черный. Мы замечаем, таким образом, что как будто при многократных повторениях какого-нибудь случайного события кажется естественным, что ряд этих повторений подчиняется каким-то закономерностям.

Изучением этой «статистической» закономерности и занялся Бернулли. Он рассматривает некоторое событие, которое при проведении определенного опыта (например, бросание монеты или вынимание шара) совершается с вероятностью  $p$ , и изучает поведение разности  $\frac{m}{n} - p = u$  (где  $n$  — число опытов, а  $m$  — число осуществлений данного события), в предположении, что  $n$  бесконечно возрастает. Им доказана следующая замечательная теорема: «Вероятность того, что абсолютная величина разности  $\frac{m}{n} - p$  меньше сколь угодно малого наперед заданного числа  $\epsilon$ , стремится к достоверности, когда число опытов бесконечно возрастает». Другими словами, при совершении очень большого числа опытов, можно утверждать с чрезвычайно близкой к достоверности вероятностью, что отношение числа выпадений события к числу всех опытов, или, как говорят, «частость» события, ничтожно мало отличается от его вероятности. Насколько важна эта теорема, мы увидим дальше, когда будем говорить о приложениях теории вероятностей. Достаточно сказать, что подавляющая часть заключений современной статистики покоится на следствиях, вытекающих из теоремы Бернулли.

Развитие анализа только начиналось во времена Бернулли. Он не знал еще тех методов, с которыми теория вероятностей стала оперировать впоследствии, и поэтому работа

его была чрезвычайно трудна. Для того чтобы хотя бы до некоторой степени представить себе трудности, которые пришлось преодолевать Бернулли, укажем, что он потратил на доказательство своей теоремы (которая методами современной математики доказывается в нескольких словах) 20 лет и употребил при этом чрезвычайно тонкий и сложный анализ.

Можно сказать, что после того как Бернулли доказал свою знаменитую теорему, теория вероятностей стала уже строгой наукой, и с этих пор начинается быстрый рост этой науки как по пути чистой математической теории, так и по пути самых разнообразных приложений.

Мы бросим лишь беглый взгляд на развитие теории вероятностей от Бернулли до Лапласа и перейдем к рассмотрению работ этого последнего. Из теоретических работ, появившихся за этот промежуток времени, следует отметить работы Моавра и Байеса. Работы Моавра являются если не непосредственным продолжением, то во всяком случае дальнейшим уточнением и расширением соотношений, затронутых теоремой Бернулли. Моавр рассматривает величину вероятности того, что разность  $\frac{m}{n} - p = u$  заключается в известных пределах:  $a$  и  $b$ , где  $a$  и  $b$  — любые положительные или отрицательные числа.

Работа Байеса стоит несколько в стороне от теоремы Бернулли, но в свою очередь содержит результат чрезвычайной важности.

Байес занимался вопросом о вероятности причины и вывел формулу, выражающую величину этой вероятности. Поясним понятие вероятности причины на примере. Пусть у нас имеются две урны, каждая из которых содержит по 15 хорошо перемешанных шаров. Известно, что в одной из урн 10 белых шаров и 5 черных, а в другой — 10 черных и 5 белых. Мы вынимаем наугад из какой-нибудь урны (не зная, из какой именно) 3 шара, и все они оказываются белыми. Спрашивается: какова вероятность того, что в урне, из которой мы вынимали шары, белые преобладают? Вероятность того, что вынутые нами шары были извлечены из первой урны (или из второй) и является вероятностью причины в данном примере. Под причиной в теории вероятностей понимается, таким образом, тот фактор, от которого зависит результат опыта (в данном примере — извлечение из той или другой урны). Формула Байеса имеет большое применение, особенно в вопросах практического характера. «Задачи на вероятность причины, — пишет современный французский математик Борель, — крайне разнообразны и чаще всего смешаны с другими задачами на вероятность; можно сказать, что почти во всякой реальной задаче на вероятность содержится вопрос о вероятности причины. Это случается особенно часто, когда дело касается приложений теории вероятностей к статистике или к вопросам страхования».

Теорема Бернулли дала толчок не только к математическому развитию теории вероятностей, но, как естественно предполагать, она

чрезвычайно способствовала применению этой науки к вопросам практической жизни. После того как Бернулли формулировал свою теорему, стали замечать, что высказанное им предложение с чрезвычайно большой точностью оправдывается на опыте, т. е. при чрезвычайно большом обыкновенно числе повторений какого-нибудь опыта, вследствие которого некоторое событие выпадает с ве-

роятностью  $p$ , частость события  $\frac{m}{n}$  отлича-

ется от вероятности  $p$  на величину, которой практически можно пренебречь. Было замечено, что число ежегодных рождений, смертей, браков, даже число недоставленных писем из года в год остается приблизительно одним и тем же, меняясь в очень узких пределах. Наблюдение подобных закономерностей привело к большому количеству работ по собиранию всевозможных статистических материалов и составлению таблиц, с помощью которых оказалось возможным устанавливать числовые соотношения между различными явлениями общественной жизни: так, например, отношение числа родившихся в году мальчиков к числу родившихся девочек характеризуется числом, почти не изменяющимся из года в год для различных местностей; такие же числа оказались возможным установить для соотношений между числом смертей и числом рождений, числом несчастных случаев от различных причин, числом заболеваний всевозможными болезнями и в различных возрастах и т. д. Всякое

внезапное изменение в установленном статистически ходе событий воспринималось как аномалия и давало повод к изысканию причины этого изменения. Создалось убеждение в том, что явления совершенно случайные и, как раньше казалось, не поддающиеся никакому учету — на самом деле подчиняются особым статистическим закономерностям, которые, хотя и не прибавляют ничего к нашему знанию о каждом событии в отдельности, но дают нам чрезвычайно точные сведения о поведении группы событий в целом.

Таким образом было найдено орудие для борьбы со случаем, на который смотрели как на неизбежное зло, явившееся следствием недостатка нашего знания, — и орудием этим стала теория вероятностей.

Тот успех, которым сопровождалось применение теории вероятностей к статистике, дал повод думать, что самые сложные и запутанные вопросы общественной жизни могут быть в значительной степени разрешены ее средствами.

Таково было положение вещей к тому времени, когда появился Лаплас.

Роль Лапласа в теории вероятностей огромна. Вся дальнейшая история теории вероятностей есть фактически развитие идей Бернулли и Лапласа.

Приступив к занятиям теорией вероятностей, Лаплас прежде всего занялся основной переработкой математических методов, которые в ней применялись. Методы, с которыми оперировал Бернулли и другие ма-

тематики до Лапласа, были совершенно элементарны, — и доказательства с помощью их получались чрезвычайно громоздкими и запутанными. Лаплас внес в теорию вероятностей методы современного ему анализа и разработал с этой целью свою теорию «образующих функций», которой посвящена вся первая часть его труда «Аналитическая теория вероятностей». Имея, таким образом, в руках сильный и гибкий аналитический аппарат, Лаплас прежде всего внес чрезвычайную экономию в изложение теории вероятностей, дав простые и изящные доказательства существовавших до него теорем (в частности теоремы Бернулли), а затем значительно продвинул эту науку по пути развития ее фундаментальных достижений. Основным результатом его, известный под именем теоремы Лапласа, близко примыкает к положению Бернулли, являясь, однако, гораздо более широким и точным.

По теореме Бернулли, вероятность того, что разность между частотой и вероятностью  $\frac{m}{n} - p = u$  весьма мала, стремится к достоверности при возрастании числа испытаний. Опыт, в согласии с теоремой Бернулли, показывает нам, что почти всегда величина  $u$  стремится к нулю. Но одно стремление к нулю еще не вполне характеризует поведение величины  $u$ <sup>1)</sup>. Из экспери-

<sup>1)</sup> Величины могут стремиться к нулю различным образом, быстрее или медленнее. Например,  $\frac{1}{n^2}$  и  $\frac{1}{n}$  обе

ментальных данных мы можем заключить больше, именно, что  $u$  стремится к нулю приблизительно так же, как  $\frac{1}{\sqrt{n}}$ ; иначе сказать, отношение между этими двумя величинами  $y: \frac{1}{\sqrt{n}} = \lambda$  почти всегда остается в конечных пределах, как бы ни возрастало число опытов <sup>1)</sup>.

Лаплас и занялся изучением этой величины  $\lambda$ .

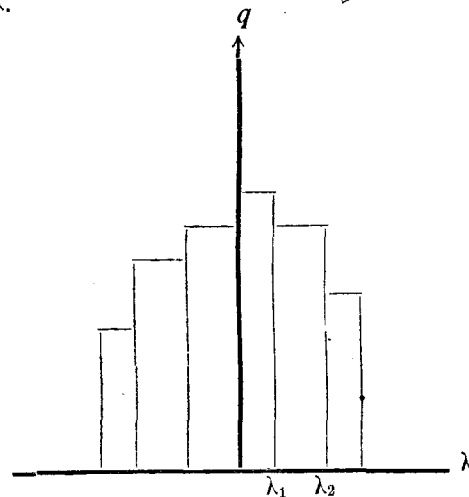


Рис. 6. Построение диаграммы Лапласа

стремятся к нулю с возрастанием  $n$ ; однако первая стремится быстрее, так как отношение первой ко второй также стремится к нулю.

<sup>1)</sup> Это значит, что  $\frac{\lambda_1}{\sqrt{n}} < y < \frac{\lambda_2}{\sqrt{n}}$  где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  — некоторые постоянные числа.

Лаплас определил из чисто теоретических соображений вероятность того, что  $\lambda$  заключается между некоторыми определенными числами  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , при условии, что число опытов было достаточно велико. Результату, который был получен Лапласом, соответствует очень изящная и вполне отражающая суть дела геометрическая картина, к рассмотрению которой мы и перейдем. Пусть мы имеем две взаимно перпендикулярных оси координат, ось  $q$  и ось  $\lambda$ . На оси  $\lambda$  мы будем откладывать всевозможные значения  $\lambda = y\sqrt{n}$ . Разобьем ось  $\lambda$  на маленькие отрезочки и построим на

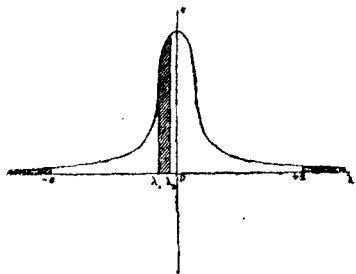


Рис. 7. Кривая Лапласа

каждом отрезке как на основании прямоугольник, площадь которого будет равна вероятности того, что  $\lambda$  находится в данном отрезке. Мы получим фигуру, ограниченную ломаной линией (рис. 6). Если бы мы неограниченно уменьшали отрезочки, то ломаная линия превратилась бы в плавную кривую (рис. 7). Из построения ее ясно, что

вероятность того, что  $\lambda$  заключено между числами  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , выразится площадью, представленной на рис. 7.

Кривая, найденная Лапласом, имеет наибольшее значение  $q$  в точке  $\lambda = 0$ , затем опускается, будучи симметричной относительно оси  $q$ , и бесконечно приближается (никогда не сливаясь) к оси  $\lambda$  по мере стремления  $\lambda$  в бесконечность как по положительным, так и по отрицательным значениям. Очевидно, что если  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  имеют один и тот же знак, а по абсолютному значению чрезвычайно велики, то хотя бы отрезок ( $\lambda_1, \lambda_2$ ) и был очень длинным—соответствующая ему площадь будет ничтожно малой, так как расстояние между кривой и осью  $\lambda$  становится как угодно узким. Площадь, ограниченная всей кривой и осью  $\lambda$ , равна единице и соответствует вероятности того, что  $\lambda$  заключается где-то между  $-\infty$  и  $+\infty$  (т. е. достоверности). Мы можем выбрать положительное число  $a$  настолько большим, чтобы сумма двух площадей, одна из которых ограничена куском кривой, соответствующей ординатой и отрезком оси  $\lambda$  от  $+a$ , до  $+\infty$ , а другая таким же куском кривой, соответствующей ординатой и отрезком оси от  $-a$  до  $-\infty$ , была равна  $\epsilon$ , при чем  $\epsilon$  как угодно мало. В таком случае вероятность того, что  $\lambda$  заключено между  $-a$  и  $+a$ , есть  $1 - \epsilon$  и, следовательно, при достаточно малом  $\epsilon$ , сколь угодно близка к достоверности. Даже когда  $\epsilon$  очень мало, отрезок от  $-a$  до  $+a$  не слишком велик, и, следовательно, кривая Лапласа дает сравни-

тельно узкие границы для наиболее вероятных значений  $\lambda$ .

Скажем несколько слов о той чрезвычайной важности, которую имеет теорема Лапласа для приложений. В то время как теорема Бернулли утверждает лишь самый факт стремления частоты события к его вероятности, теорема Лапласа дает способ вычислить пределы, в которых заключается вероятное отклонение<sup>1)</sup>).

Лаплас сам широко пользовался своими результатами для вычисления вероятного отклонения и дал первые и яркие примеры приложения своей теоремы к статистике. Гипотеза, что теорема Лапласа отражает собой действительную реальность, дала возможность отделить с чрезвычайно большой точностью вероятные отклонения частоты от вероятности, — от отклонений, которые не заключаются в пределах достаточной вероятности, — и указывают поэтому на существование какой-то причины, благодаря которой произошло изменение самой вероятности события. Приведем интересный пример такого изменения вероятности, указанный самим Лапласом. Для всей Франции в течение долгого ряда лет число рождавшихся ежегодно мальчиков относилось к числу рождавшихся ежегодно девочек приблизительно как 22 к 21. Рассматривая же записи рождений

мальчиков и девочек в Париже (собранные за 39 лет), Лаплас нашел это отношение равным  $\frac{22}{25}$  к  $\frac{26}{23}$ . Если исходить из вероятности  $\frac{22}{43}$  и

применить теорему Лапласа, то можно обнаружить, что парижские цифры находятся вне вероятных пределов. Это указывает на то, что в Париже вероятности рождений действительно иные. «Оказывается, повидимому, — пишет Лаплас, — что в Париже какая-нибудь особенная причина стремится уравнивать рождение обоих полов. Если применим к этому вопросу исчисление вероятностей, то найдем, что 238 шансов против одного за существование этой причины, что в достаточной мере дает право на ее изыскание. Когда я стал размышлять об этом, то мне показалось, что замеченная разница зависит от того, что родители из деревни и провинции, находясь в котором преимуществе в оставлении при себе мальчиков, отсылали их в приют для подкидышей в Париже сравнительно с девочками меньше, чем как следовало бы из отношения рождений обоих полов, что и доказали мне списки этого приюта».

Весьма существенным применением теории вероятностей к оценке точности измерений явилась так называемая теория ошибок, в разработке которой приняли участие, кроме Лапласа, его современники — Лежандр и Гаусс.

Пусть требуется измерить какую-нибудь неизвестную величину  $X$ . Измерение производится несколько раз под ряд, и пер-

<sup>1)</sup> Именно на основании теоремы Лапласа мы с вероятностью, равной  $1-\epsilon$ , можем утверждать, что:

$$\frac{-a}{\sqrt{n}} < \frac{m}{n} - p < \frac{+a}{\sqrt{n}}$$

вый раз измерение дает величину  $a_1$ , во второй раз—величину  $a_2$  и т. д., наконец—величину  $a_n$ . Сообразуясь с опытными данными, можно сказать что, вообще говоря, если все измерения производятся в одинаковых условиях, то лучшее приближение к измеряемой величине дает среднее арифметическое из всех полученных результатов отдельных измерений  $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$ .

Теория ошибок ставит себе задачу найти вероятность того, что ошибка заключается в данных пределах, или, что то же, что измеряемая нами величина  $X$  заключается между двумя заданными величинами.

Формулировка закона ошибок принадлежит Гауссу и заключает в себе следующее содержание. Рассмотрим прямоугольную систему координат и будем по оси  $X$  откладывать величину сделанной ошибки (считая ошибку положительной, если измерение дает избыток, и отрицательной в обратном случае) и построим кривую распределения вероятностей ошибок точно таким же образом, как мы строили кривую Лапласа для распределения вероятностей величин  $\lambda$ . Полученная кривая носит название кривой Гаусса. Она обладает теми же свойствами, что и известная нам кривая Лапласа, т. е. вероятность того, что ошибка заключается между двумя данными пределами  $X_1$  и  $X_2$  равна площади, ограниченной отрезком оси между точками  $X_1$  и  $X_2$ , ординатами кривой в этих точках и куском кривой, за-

ключенным между этими ординатами. Кривая Гаусса хотя и похожа по виду на кривую Лапласа, но вообще не совпадает с ней, и может быть более крутой или более пологой в зависимости от точности измерения. Если кривая от точки  $X=0$ , где она имеет наибольшую высоту, падает круто к оси  $X$  (рис. 8), то точность измерения велика, и тем самым велика вероятность того, что ошибка заключается в чрезвычайно узких пределах. Если кривая спускается к оси  $X$  полого, то становятся достаточно вероятными более значительные ошибки.

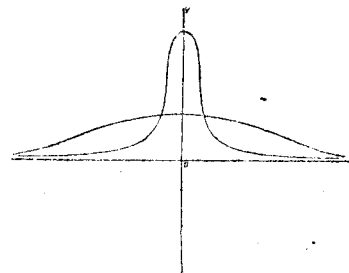


Рис. 8. Кривые Гаусса

Закон этот был высказан Гауссом, причем утверждение относилось как к оценке вероятности того, что ошибка, сделанная при одном измерении, заключается в данных пределах, так и для случая так называемой средней ошибки<sup>1)</sup>, полученной в результате очень

<sup>1)</sup> Средней ошибкой называется среднее арифметическое из ошибок отдельных измерений.



большого числа измерений. Лаплас принял целиком закон Гаусса для случая средней ошибки при большом числе измерений, но отнесся с большим сомнением к утверждению, что каждая отдельная ошибка подчиняется закону Гаусса. Сомнение свое Лаплас основывал на том, что на результат отдельного измерения могут влиять самые разнообразные обстоятельства, так что трудно предположить, что функция распределения вероятностей отдельной ошибки может быть такого определенного типа, как кривая Гаусса. Относительно средней ошибки Лаплас полагал, что случайные обстоятельства эти будут сглаживаться и взаимно уравновешиваться, по мере того как число измерений будет возрастать, и таким образом средняя ошибка будет подчиняться закону Гаусса. Насколько основательно было мнение Лапласа, показывает прежде всего опыт, а кроме того — дальнейшее развитие теории вероятностей. В то время как закон Гаусса для единичной ошибки является в сущности априорным законом, который может быть лишь отчасти оправдан математическим рассуждением, сделанным на основании чрезвычайно тяжелых предпосылок, закон распределения вероятностей средней ошибки является строго доказуемой теоремой. Именно, в современной теории вероятностей существует доказательство того, что по мере увеличения числа измерений — закон распределения вероятности средней ошибки становится чрезвычайно близким к закону Гаусса (практически от него неотличимым).

Лаплас прилагал теорию ошибок к изучению движения небесных тел, к вопросам геофизических измерений, к вопросу о приливе и отливе и ко многим другим. Мы не имеем возможности останавливаться подробно на этих работах Лапласа; мы скажем лишь несколько слов по этому поводу.

Наблюдения над движением луны не вполне согласовывались с вычислениями, основанными на теории тяготения. Лаплас подошел к этим отклонениям с точки зрения теории вероятностей и установил, что чрезвычайно велика вероятность того, что эти отклонения не случайны, а обуславливаются недостатками теории. Это помогло Лапласу существенно улучшить теорию движения луны. В частности, он обнаружил, что сжатие земли сказывается заметным образом на движении луны и даже может быть, как мы видели, вычислено по наблюдениям.

Применение теории ошибок давало удачные результаты, и это увеличивало веру Лапласа в силу этого метода, толкало его на оценку вероятностей самых разнообразных событий в природе и на изыскание причин этих событий.

Мы скажем теперь еще несколько слов о попытках Лапласа применить теорию вероятностей к явлениям общественной жизни.

Приложение теории вероятностей к явлениям общественной жизни вообще характерно для эпохи Просвещения.

Мы уже говорили, что, подходя к обществу и истории с меркой своего механического детерминизма, понимая закономерность только

как механическую закономерность, просветители вынуждены были смотреть на общество, на историю, как на область, в которой господствует случай.

Естественно, что делались попытки применить к общественным явлениям теорию вероятностей — инструмент, приспособленный для анализа случайных явлений. Теория вероятностей применялась к вопросу об устройстве выборного собрания таким образом, чтобы оно возможно точнее выражало мнение общества, к вопросу об устройстве справедливого суда и др. В частности по отношению к судам требовалось решить: какова вероятность того, что несколько судей вынесут справедливое решение, и как нужно устроить суды, чтобы вероятность эта была наибольшей? Схемы рационального устройства суда появлялись в эпоху Просвещения в громадном количестве одна за другой. По мере того как одни из них откидывались как слишком грубо описывающие суть дела, возникали другие, все более и более сложные. Родоначальником схем устройства суда был Кондорсе. Про него говорили, что он «завладел моральной вселенной, чтобы подчинить ее исчислению». Но его схемы чрезвычайно примитивны и очень скоро были отброшены.

В своем «Опыте философии теории вероятностей» Лаплас уделяет большое место применению теории вероятностей к общественным явлениям, к судам, выборным собраниям и др. Но Лаплас относится уже ко всем этим вопросам с чрезвычайной осторожностью. Он уже понимает, что не всегда можно точно

оценить относящиеся сюда вероятности, но все же в нем крепко заложены семена, брошенные эпохой Просвещения, и он думает, что для очень большого числа общественных установлений можно создать точную математическую схему. Многие его рассуждения очень остроумны и метки (например, «о вероятности свидетельских показаний»), он пытается учесть как можно больше обстоятельств; так, например, в схеме суда он для каждого судьи предполагает свою индивидуальную вероятность, и, кроме того, сама эта вероятность множится на некоторый коэффициент, зависящий от таких обстоятельств, как политические симпатии судьи, степень запутанности предполагаемого дела и т. д. Мы не будем останавливаться на этих рассуждениях Лапласа, так как они в настоящее время не имеют интереса. Фактически такой количественный анализ не может быть проведен. У нас нет никакого объективного критерия для того, чтобы входящий во все эти рассуждения вероятностям или коэффициентам приписывать ту или иную численную величину. В конечном счете математическая схема может не иметь ничего общего с действительным положением вещей. Говоря словами Стюарта Милля, «приложение теории вероятностей к судам является математическим скандалом».

Все же Лаплас, воспитанный на идеях эпохи Просвещения, приписывал большое значение приложению теории вероятностей к общественным явлениям или к «нравственному миру» (*monde morale*), по терминологии

XVIII в «Мы только что убедились,—пишет Лаплас,—в выгоде представляемой анализом вероятностей при изыскании законов естественных явлений, причины которых неизвестны или слишком сложны для того, чтобы действия их могли быть подчинены вычислению. То же самое относится почти ко всем объектам нравственных наук».

Теперь мы перейдем к общим философским взглядам Лапласа на понятие случайности и вероятности и попытаемся сравнить их с современной точкой зрения на этот предмет.

Вспомним прежде всего, что Лаплас стоял на отчетливой детерминистической точке зрения. В своем «Опыте философии теории вероятностей» он говорит: «Ум, которому были бы известны для какого-нибудь данного момента все силы, одушевляющие природу и относительное положение всех ее составных частей, если бы, вдобавок, он оказался достаточно обширным, чтобы подчинить эти данные анализу, обнял бы в одной формуле движение величайших тел вселенной наравне с движениями легчайших атомов; не осталось бы ничего, что было бы для него неизвестно, и будущее, так же как и прошедшее, предстало бы перед его взором».

Но наш конкретный разум не обладает такими идеальными свойствами, наши инструменты не в состоянии определить абсолютно точно состояния мира ни за какой промежуток времени и, кроме того, всех причинных зависимостей между явлениями, хотя последнее Лаплас не считал принципиально невоз-

можным, так как, повидимому, полагал, что число всех законов природы конечно и даже невелико. Естественно, что мы постоянно встречаемся с явлениями, причина которых нам неизвестна и которые мы во всяком случае не можем предсказывать. При игре в орлянку, подбрасывая монету, мы не в состоянии учесть всей совокупности причин, определяющих выпадение орла или решки, и никогда поэтому не можем предсказать результат бросания. Явления, причины которых мы не знаем, Лаплас называет случайными; те немногие сведения о них, которыми мы располагаем, дают нам возможность определить только степень уверенности, с которой их можно ожидать. «Пусть нам известно, — пишет Лаплас, — что из трех или более событий должно произойти одно; но ничто не дает нам повода думать, что одно из них имеет преимущество перед другими. При такой неуверенности мы не можем предсказать достоверно, какое событие произойдет. Однако вероятно, что одно из этих событий, взятое произвольно, не случится, потому что мы видим несколько одинаково возможных случаев, исключающих его существование, в то время как благоприятствует ему только один случай. Теория случайностей состоит в том, чтобы свести все однородные явления к известному числу равно-возможных случаев, т. е. таких существование которых для нас было бы одинаково неопределенным, и определить число случаев благоприятствующих явлению, вероятность которого отыскивается».

Таким образом, по Лапласу, наше знание заключается в том, что мы знаем все случаи, при которых осуществляется или не осуществляется данное явление, и знаем, при каких именно оно осуществляется и при каких нет; наше же незнание заключается в том, что мы не знаем, какой именно случай произойдет на самом деле, и не видим никакого преимущества одного перед другим. Мы видим, таким образом, что определение равновозможных случаев для вычисления вероятности события по Лапласу носит субъективный характер, так как равновозможны они лишь потому, что у нас нет оснований считать одни более вероятными, чем другие. Совершенствуя наши знания, мы можем получить такие основания, и вероятность события тогда изменится. Такова точка зрения Лапласа.

Однако акционеры страховых обществ регулярно получают свой дивиденд, подсчитанный по теории вероятностей; кинетическая теория газов, основанная на теории вероятностей, дает возможность предсказывать явления так же, как и всякая другая физическая теория, и, конечно, предсказания эти останутся в силе и для абсолютного разума.

Ясно, что субъективная точка зрения не объясняет возможности применения теории вероятностей для реального мира. Субъективное определение Лапласа, конечно, нелепо. Оно способно приписывать событиям вероятности совершенно неправильные, и с точки зрения этого определения, которое в сущности является мнимым определением,

оказывается чудом, что выводы, полученные из таких ненадежных оснований, имеют объективное значение.

Дальнейшее развитие наук привело к пересмотру взглядов Лапласа на понятия случайности и вероятности.

Этот пересмотр коснулся в первую очередь самого понятия случайного события.

В настоящее время после Гегеля и Энгельса мы имеем иное понятие случайности — понятие объективной случайности.

Случайным мы назовем такое событие, которое непосредственно не связано с основной закономерностью исследуемого процесса. Все те обстоятельства, все те события, которые можно в той или другой степени изменить, не нарушая этой закономерности, являются случайными в рассматриваемой связи. С точки зрения французских материалистов XVIII в. все события жестко связаны между собой, все причинные связи равноправны, т. е., как говорит Энгельс, для них «тот факт, что определенный стручок заключает в себе шесть горошин, а не пять или семь — явление того же порядка, как закон движения солнечной системы или закон превращения энергии».

Ясно, что если бы мы не могли изучать движения солнечной системы, абстрагируясь от того, сколько горошин в том или другом стручке, то наука была бы вообще невозможна. Наука возможна только потому, что при исследовании мы можем выделять основные, необходимые цепи причинных связей, отбрасывая каждый раз бесчисленное множе-

ство других цепей как случайные, чуждые рассматриваемой закономерности. Методологическая ценность такого понятия случайности (и необходимости) очевидна; это понятие имеет объективное значение—оно отображает реальные отношения изучаемых процессов.

Задача науки — выяснить, что для данного процесса является случайным, а что—необходимым.

Понятие объективной случайности является фундаментом для действительного обоснования теории вероятностей <sup>1)</sup>.

Пусть мы имеем очень большое количество бросаний при игре в орел и решку. Как мы уже говорили, в таком ряде бросаний существуют особые статистические закономерности; по отношению к этим закономерностям то или другое расположение орлов и решек является случайным; можно было бы весьма многими способами менять это расположение, и все же это не отразилось бы на закономерностях, относящихся ко всему ряду в целом.

Подобные статистические закономерности могут быть открыты и при качественном изучении свойств совокупности как целого. Закон Бойля-Мариота был найден задолго до кинетической теории газов.

Только для наиболее простых совокупностей мы можем дать количественные статисти-

стические схемы, в которых фундаментальную роль играет теория вероятностей.

Для Лапласа теория вероятностей была фактически вспомогательным аппаратом. Современное развитие естествознания привело к совсем другой, несравненно более существенной, роли теории вероятностей. Это — уже важнейшее орудие исследования, язык, на котором мы формулируем законы природы, язык, отражающий сущность статистических закономерностей.

Таким образом, новая точка зрения на вероятность как на объективные величины, характеризующие те статистические закономерности, которым подчиняются совокупности объектов, оправдывается всем ходом развития науки.

Вероятность характеризует всю совокупность, взятую в целом; вероятность какого-нибудь единичного события, не принадлежащего к совокупности, является обывательским, ненаучным понятием.

Статистические закономерности отнюдь не являются суррогатом знания; они и представляют собой реальное знание, относящееся к совокупности объектов. Ими, однако, вовсе не исключаются индивидуальные «динамические» закономерности, которым подчиняются единичные элементы совокупностей. Применение статистики к звездным кучам отнюдь не исключает применения механики к каждой отдельной звезде.

Точка зрения на вероятность как на объективную категорию ведет свое начало еще от Курно и получает все большее и большее

<sup>1)</sup> Подробнее см. Б. Гессен, «Статистический метод в физике и проблема случайности и необходимости». («Под знаменем марксизма». 1928, № 7—8, стр. 33.)

признание. У Пуанкаре есть высказывания, приближающиеся к этой точке зрения. Смолуховский — один из наиболее видных работников кинетической теории газов — занимает по этому поводу весьма решительную позицию. «Моя основная мысль, — пишет он, — состоит в том, что должна быть представлена в правильном освещении объективная сторона понятия вероятности, на которую до сих пор почти совершенно не обращали внимания».

В последнее время Мизес сделал попытку перестроить всю теорию вероятностей, пользуясь понятием объективной вероятности.

Однако мы считаем, что изложение Мизеса связано со многими принципиальными трудностями и, кроме того, вряд ли пригодно для первоначального ознакомления с предметом. Данный нами в начале этой главы очерк теории вероятностей был изложен в духе Лапласа, с точки зрения субъективной вероятности.

Заметим, наконец, что разумная методология статистики еще только начинает создаваться. Так в основном вопросе о границах применения теории вероятностей или, иными словами, о точном определении тех совокупностей объектов, к которым она приложима, сделаны только первые шаги.

---