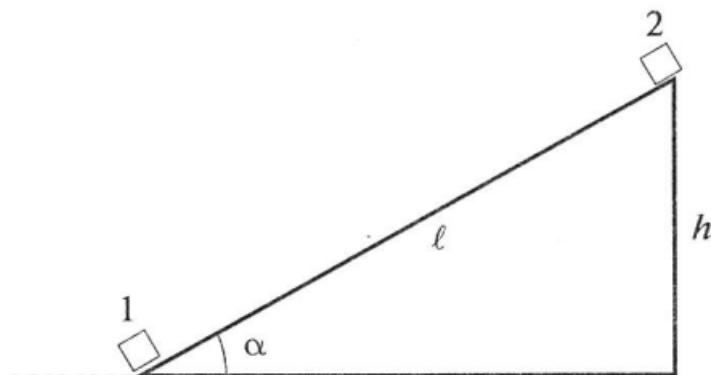


Примеры заданий с выбором ответа

1. Автомобиль, двигаясь с выключенным двигателем, на горизонтальном участке дороги имеет скорость 20 м/с. Какое расстояние он пройдёт до полной остановки вверх по склону горы под углом 30° к горизонту? Трением пренебречь.

- 1) 10 м 2) 20 м 3) 80 м 4) 40 м

Проверь себя: На систему «автомобиль — Земля» не действуют внешние нескомпенсированные силы, трением можно пренебречь. Следовательно, полная механическая энергия данной системы тел сохраняется: $W_{\text{п1}} + W_{\text{k1}} = W_{\text{п2}} + W_{\text{k2}}$.



За нулевой уровень потенциальной энергии примем основание наклонной плоскости.

В состоянии 1: $W_{\text{п}} = 0$, $W_{\text{k}} = \frac{mv_1^2}{2}$.

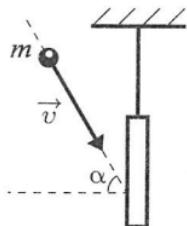
В состоянии 2: $W_{\text{п}} = mgh = mg\ell \sin \alpha$, $W_{\text{k}} = 0$.

Итого: $\frac{mv_1^2}{2} = mg\ell \sin \alpha$. Откуда: $\ell = \frac{v_1^2}{2g \sin \alpha}$.

Ответ: 4.

2. Доска массой 0,5 кг шарнирно подвешена к потолку на лёгком стержне. На доску со скоростью 10 м/с налетает пластилиновый шарик массой 0,2 кг и прилипает к ней (см. рисунок). Скорость шарика перед ударом направлена под углом 60° к нормали доски. Кинетическая энергия системы тел после соударения равна

- 1) 0,7 Дж 3) 2,9 Дж
2) 1,0 Дж 4) 10,0 Дж



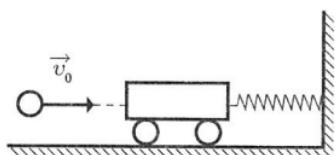
Проверь себя: В данной задаче рассматривается неупругий удар, т. е. часть механической энергии в ходе взаимодействия переходит во внутреннюю. Следовательно, данное взаимодействие не может быть описано с помощью закона сохранения механической энергии. Кинетическая же энергия после удара равна: $W_{\text{k}} = \frac{(m+M)v'^2}{2}$, где v' — скорость движения доски и прилипшего к ней шарика после удара.

При ударе на доску действует дополнительная сила натяжения со стороны нити, направленная вертикально вверх. Поэтому проекция вектора импульса данной системы тел на вертикальную ось Y меняется, а проекция на горизонтальную ось X не меняется: $\begin{cases} \Delta p_y = T_{\text{доп}} y \Delta t \\ \Delta p_x = 0 \end{cases}$, т. е. $p_x = p_{0x}$ или $(m+M)v' = mv \cos \alpha$. Отсюда для скорости после удара получим: $v' = \frac{mv \cos \alpha}{m+M}$, а для кинетической энергии: $W_{\text{k}} = \frac{m^2 v^2 \cos^2 \alpha}{2(m+M)}$.

Ответ: 1.

3. Пластилиновый шар массой 0,1 кг имеет скорость 1 м/с. Он налетает на неподвижную тележку массой 0,1 кг, прикреплённую к пружине, и прилипает к тележке (см. рисунок). Чему равна полная механическая энергия системы при её дальнейших колебаниях? Трением пренебречь.

- 1) 0,025 Дж
2) 0,050 Дж
3) 0,500 Дж
4) 0,100 Дж



Проверь себя: Поскольку трением можно пренебречь, полная механическая энергия системы при дальнейших колебаниях будет равна первоначальной энергии, полученной системой в результате удара, а именно, кинетической энергии тележки вместе с прилипшим к ней шаром:

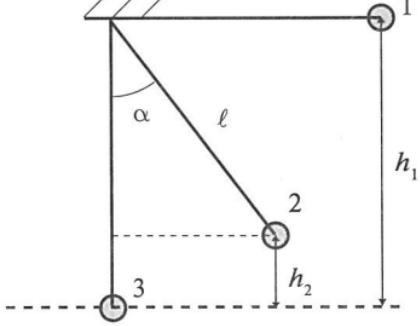
$W_k = \frac{(m+M)v^2}{2}$, где v — скорость совместного движения тележки и шара после удара. Удар неупругий, т. е. часть механической энергии в ходе взаимодействия переходит во внутреннюю. Следовательно, данное взаимодействие не может быть описано с помощью закона сохранения механической энергии, но данная система тел может считаться замкнутой (внешнее воздействие есть, но оно скомпенсировано). Поэтому удар можно описать с помощью закона сохранения импульса: $\vec{p} = \vec{p}_0$, где векторы начального и конечного импульсов направлены горизонтально, т. е. в проекциях на горизонтальную ось мы получаем: $(m+M)v = mv_0$ — или для скорости после удара: $v = \frac{mv_0}{m+M}$. Тогда полная механическая энергия системы после удара равна: $W = W_k = \frac{m^2 v_0^2}{2(m+M)}$.

Ответ: 1.

Примеры заданий с развернутым ответом

4. Груз массой 0,1 кг привязали к нити длиной 1 м. Нить с грузом отвели от вертикали на угол 90° и отпустили. Каково центростремительное ускорение груза в момент, когда нить образует с вертикалью угол 60° ? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Проверь себя: Центростремительное ускорение груза в положении 2 равно отношению квадрата линейной скорости v к радиусу окружности (в данном случае к длине нити ℓ): $a = \frac{v^2}{\ell}$.



Систему тел «груз на нити — Земля» можно считать замкнутой и консервативной (нет внешних сил и сил сопротивления). Следовательно, для данной системы тел выполняется закон сохранения механической энер-

гии: $W_{\text{п1}} + W_{\text{k1}} = W_{\text{п2}} + W_{\text{k2}}$. За нулевой уровень потенциальной энергии примем уровень шарика в состоянии 2.

Тогда в состоянии 1 системы тел: $W_{\text{п}} = mg(h_1 - h_2) = mg\ell \cos \alpha$, $W_{\text{k}} = 0$.

В состоянии 2: $W_{\text{п}} = 0$, $W_{\text{k}} = \frac{mv^2}{2}$. Получаем: $mg\ell \cos \alpha = \frac{mv^2}{2}$, откуда $v^2 = 2g\ell \cos \alpha$. Центростремительное ускорение равно: $a = 2g \cos \alpha$.

Ответ: 10 м/с².

5. Маленький шарик массой 20 г висит на невесомой нерастяжимой нити, закреплённой на горизонтальной тонкой оси. Длина нити равна 20 см. Какую минимальную скорость надо сообщить шарику для того, чтобы он совершил полный оборот вокруг оси в вертикальной плоскости? Сопротивлением воздуха можно пренебречь. Ответ округлите до десятых.

Проверь себя: Систему тел «шарик на нити — Земля» можно считать замкнутой и консервативной (нет внешних сил и силы сопротивления пренебрежимо малы). Следовательно, для данной системы тел выполняется закон сохранения механической энергии: $W_{\text{п1}} + W_{\text{k1}} = W_{\text{п2}} + W_{\text{k2}}$.

За нулевой уровень потенциальной энергии примем положение шарика в нижней точке траектории.

Тогда в состоянии 1: $W_{\text{п}} = 0$, $W_{\text{k}} = \frac{mv_1^2}{2}$.

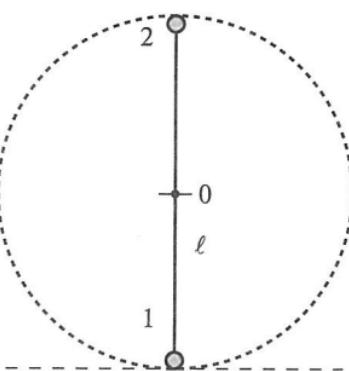
В состоянии 2: $W_{\text{п}} = mg2\ell$, $W_{\text{k}} = \frac{mv_2^2}{2}$.

Очевидно, что $v_2 \neq 0$ (в противном случае нить «сложится»). Получаем: $\frac{mv_1^2}{2} = 2mg\ell + \frac{mv_2^2}{2}$ (1).

Необходимо найти минимальную скорость v_1 . Ей будет соответствовать минимальная скорость v_2 . Для нахождения скорости v_2 рассмотрим силы, действующие на шарик в верхней точке траектории: силу тяжести и силу натяжения нити. Обе эти силы направлены вертикально вниз, и их результирующая сообщает шарику центростремительное ускорение: $mg + T = m \frac{v_2^2}{\ell}$. Очевидно, что скорость в состоянии 2 будет минимальна при условии, что $T = 0$: $mg = m \frac{v_2^2}{\ell}$ (2).

Решая совместно систему уравнений (1) и (2), получаем: $v_1 = \sqrt{5g\ell}$.

Ответ: 3,2 м/с².



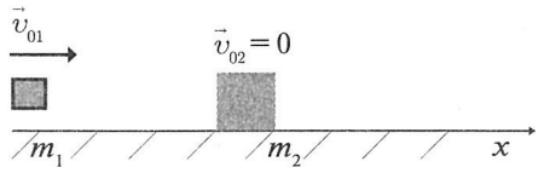
6. Пуля массой 20 г, имеющая горизонтальную скорость 860 м/с, попадает в деревянный брускок массой 5 кг, лежащий на полу, и пробивает его, вылетая со скоростью 510 м/с. Определите среднюю силу сопротивления движению пули в брускоке, если толщина бруска 25 см. Трением бруска о пол пренебречь.

Проверь себя: Систему тел «пуля — брускок» можно считать замкнутой вследствие того, что внешние воздействия на брускок скомпенсированы, и мы рассматриваем состояние пули в течение такого малого промежутка времени до и после взаимодействия, что позволяет не учитывать влияние притяжения Земли на движение пули.

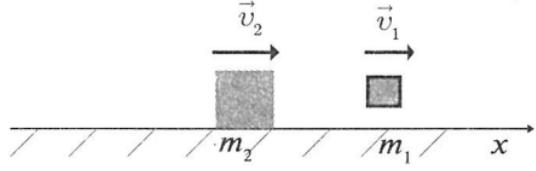
Для замкнутых систем *полный импульс системы тел сохраняется*. При движении пули внутри бруска действует сила сопротивления, следовательно, полная механическая энергия системы тел «пуля — брускок» изменится на величину работы силы сопротивления: $\Delta W = A_{\text{диссип.}}$.

Изобразим на рисунке состояние системы тел *до и после взаимодействия*.

До взаимодействия:



После взаимодействия:



Законы сохранения импульса (в проекциях на координатную ось)

и энергии:
$$\begin{cases} m_1 v_{01} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{m_1 v_{01}^2}{2} = -F_c \ell \end{cases}$$
, где ℓ — толщина бруска.

$$\text{Откуда } F_c = \frac{1}{2\ell} \left[m_1 (v_{01}^2 - v_1^2) - \frac{m_1^2}{m_2} (v_{01} - v_1)^2 \right] = 19,2 \text{ кН.}$$

Ответ: 19,2 кН.

7. Начальная скорость снаряда, выпущенного из пушки вертикально вверх, равна 500 м/с. В точке максимального подъёма снаряд разорвался на два осколка. Первый упал на землю вблизи точки выстрела, имея скорость в 2 раза большую начальной скорости снаряда, а второй —

в том же месте после первого через 100 с после разрыва. Чему равно отношение массы первого осколка к массе второго осколка? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Проверь себя: При подъёме снаряда сопротивлением воздуха можно пренебречь, следовательно, механическая энергия системы тел «снаряд — Земля» сохраняется. Если принять поверхность Земли за нулевой уровень потенциальной энергии, тогда в момент выстрела снаряд обладает только кинетической энергией. В точке максимального подъёма скорость снаряда (а значит, и кинетическая энергия) равна нулю:

$$mgh = \frac{mv_0^2}{2} \quad (1),$$

где v_0 — начальная скорость снаряда, h — высота максимального подъёма.

Разрыв снаряда на осколки можно описать с помощью *закона сохранения импульса*, так как в течение малого промежутка времени данную систему тел можно считать замкнутой. Перед разрывом импульс снаряда равен нулю (скорость равна нулю). Значит, осколки после взрыва приобретают импульсы, равные по величине и противоположные по направлению (суммарный импульс системы остаётся равным нулю):

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad (2),$$

где m_1 и m_2 — массы осколков, v_1 и v_2 — скорости осколков сразу после разрыва.

И первый, и второй осколок упали вблизи точки выстрела, значит, векторы скоростей \vec{v}_1 и \vec{v}_2 направлены по вертикали. Вектор \vec{v}_1 направлен вертикально вниз, так как первый осколок упал раньше второго. Тогда скорость второго осколка направлена вертикально вверх.

Рассмотрим движение первого осколка. После разрыва он обладал и потенциальной, и кинетической энергией. В момент падения на Землю его потенциальная энергия равна нулю. *Полная механическая энергия системы тел «первый осколок — Земля» сохраняется*, так как сопротивление воздуха пренебрежимо мало: $m_1 gh + \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 (2v_0)^2}{2}$ (3).

Рассмотрим движение второго осколка. Он движется равноускоренно с ускорением свободного падания. Тогда относительно выбранной нами системы отсчёта (см. рисунок) зависимость координаты от времени

$$\text{приобретает вид: } y = y_0 + v_{2y}t + \frac{g_y t^2}{2} = h + v_2 t - \frac{gt^2}{2}.$$

$$\text{В момент падения на Землю } h = 0: h + v_2 t - \frac{gt^2}{2} = 0 \quad (4).$$

$$\text{Решая систему уравнений (1) — (4), получаем: } \frac{m_1}{m_2} = \frac{g^2 t^2 - v_0^2}{2 g t v_0 \sqrt{3}} \approx 0,43.$$

Ответ: 0,43.

